

## **APROXIMACIÓN AL CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DEL FORMADOR(A) DE PROFESORES(AS) EN LA ENSEÑANZA DE LA SUMA**

ANA ARCEO LUNA / DAVID ALFONSO PÁEZ

### **Resumen:**

La práctica y el conocimiento del formador(a) de profesores(as) para educación primaria son temas poco estudiados, por ello, la presente investigación tiene como propósito caracterizar el conocimiento pedagógico de este actor educativo al enseñar el algoritmo de la adición a futuros(as) profesor(as). Se llevó a cabo un estudio de caso múltiple con tres formadores enseñando el tema de adición en una escuela normal de México. Los resultados muestran que su conocimiento pedagógico está centrado en promover la reflexión de los(as) normalistas sobre los procesos del estudiantado de primaria, así como hacer sugerencias sobre la enseñanza de la adición y la práctica docente en general. Esta investigación contribuye como un referente para distintas decisiones relacionadas con la formación inicial docente.

### **Abstract:**

The work and knowledge of teacher educators for elementary education are topics that have been the object of little study. Therefore, the purpose of this research is to characterize the pedagogical knowledge of these educational actors upon teaching addition to preservice teachers. A multiple case study was carried out with three teacher educators teaching addition at a teachers' college in Mexico. The results show that their pedagogical knowledge is centered on promoting the reflection of preservice teachers on the processes of elementary students, and to make suggestions for teaching addition, as well as for the work of teaching in general. This research contributes as a referent for various decisions related to initial teacher training.

**Palabras clave:** conocimiento didáctico del contenido; formación de formadores; enseñanza de las matemáticas.

**Keywords:** didactic knowledge of content; teacher educators; mathematics education.

---

Ana Arceo Luna: estudiante de la Universidad Autónoma de Aguascalientes, Departamento de Educación. Avenida Universidad 940, Ciudad Universitaria, 20130, Aguascalientes, Ags., México. CE: aanarceo@gmail.com (ORCID: 0000-0002-1296-3248).

David Alfonso Páez: investigador Conacyt-Universidad Autónoma de Aguascalientes. Departamento de Educación. Aguascalientes, Ags., México. CE: dapaez@correo.uaa.mx (ORCID: 0000-0002-4499-4452).

## Antecedentes

En las últimas décadas, y a partir de los estudios de Shulman (1987), han cobrado relevancia las investigaciones sobre los conocimientos de las y los profesores<sup>1</sup> en relación con sus prácticas de enseñanza en disciplinas específicas, como lo es en matemáticas (Ávila, Block y Carvajal, 2013; Da Ponte y Chapman, 2016; Jacobs y Spangler, 2017). Los investigadores reconocen que explorar los conocimientos necesarios para las tareas de enseñanza es una herramienta para la reflexión y mejora de la práctica de los docentes (Ball, Thames y Phelps, 2008); además, es un punto de partida para el diseño, planeación y puesta en marcha de programas de capacitación inicial y actualización en la formación de profesores que enseñan matemáticas (Da Ponte y Chapman, 2016; González y Eudave, 2018).

En la formación inicial se espera que el estudiante para profesor adquiera conocimientos que le permitan desarrollar las tareas de enseñanza, articulando el contenido matemático, los elementos didácticos, los procesos de pensamiento de los niños, y las dificultades que ellos presentan en su aprendizaje, y el currículum escolar (Llinares, 2013). Lo anterior implica que la formación del futuro profesor abarque dos áreas de conocimiento: el contenido matemático y las herramientas de enseñanza (Ball, Thames y Phelps, 2008; Llinares, 2013; Rojas y Deulofeu, 2015). Esto le demanda al formador<sup>2</sup> enseñar a los futuros docentes la matemática y su didáctica (D'Amore y Fandiño, 2017; Rojas y Deulofeu, 2015); en otras palabras, tiene la responsabilidad de ayudar a sus estudiantes a identificar las relaciones entre significados y modos de representar las matemáticas a fin de que sean capaces de realizar tareas de enseñanza en educación primaria (como diseñar actividades, reconocer procedimientos erróneos, seleccionar representaciones, etc.), lo que podría significar en el proceso de formación inicial del estudiante para profesor el *reaprender* la matemática que ya conoce (Llinares, 2013).

La labor del formador demanda un conocimiento diferente del solicitado a cualquiera que se dedica a la enseñanza de las matemáticas (Beswick y Goos, 2018). Se trata de un conocimiento que integre un amplio dominio de la didáctica del contenido matemático, incluyendo la selección de actividades de aprendizaje, aspectos referentes al currículum de primaria y de formación de profesores, evaluación de los aprendizajes, procesos de pensamiento de los estudiantes, así como un reconocimiento de las carac-

terísticas personales y sociales de los alumnos cuando se acercan a las matemáticas (Ball, Thames y Phelps, 2008; Jaworski, 2008). Este conocimiento distintivo del formador se debe a dos factores: al tipo de estudiantes que atiende y a los contenidos de carácter matemático y didáctico que debe enseñar (Zopf, 2010).

Diversas investigaciones han reportado que este conocimiento, en la práctica del formador, queda limitado a solo sugerencias. En el estudio de Aguayo (2004) se menciona que con frecuencia los formadores reducen su labor a consejos de qué y cómo enseñar la matemática en educación básica y, como apuntan D'Amore y Fandiño (2017), esto genera que el futuro profesor no llegue a resolver los conflictos de significado que pueda presentar, ni se le habilita para emplear una didáctica de la matemática.

La revisión de literatura muestra que la práctica del formador y el conocimiento inmerso en ella es visto como un aspecto relevante en la capacitación inicial de los futuros docentes (Da Ponte y Chapman, 2016; Ducoing, 2013). En la actualidad hay un importante número de investigaciones que conceptualizan los conocimientos deseables en este actor educativo, pero aún hay un margen relevante de estudios por desarrollar en los que se observe cómo estos conocimientos son puestos en juego en el aula al enseñar temas específicos (Beswick y Goos, 2018; Seckel y Font, 2020), como es la adición.

### Dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la adición

El docente en servicio requiere de un cúmulo de saberes acerca de cómo los niños de educación primaria construyen su conocimiento sobre el algoritmo de la adición (Ball, Thames y Phelps, 2008; SEP, 2017), por lo que es importante que desde la formación inicial los profesores adquieran una significativa comprensión de los elementos de la aritmética, por ejemplo, número, orden, valor posicional y sistema decimal (Montes, Contreras, Lián, Muñoz-Catalán *et al.*, 2015), así como de las posibles dificultades que los estudiantes presentan en el aprendizaje de la suma.

Por tanto, el futuro docente, además de poseer un conocimiento matemático sobre la suma, tiene que habilitarse en los procesos de los estudiantes y el currículum, así como en una didáctica que favorezca el aprendizaje. Lo anterior implica considerar las dificultades que los niños llegan a presentar en la resolución de problemas de tipo aditivo, como el no tener una comprensión del algoritmo o el utilizar de forma inadecuada

sus reglas (García, 2012). Estas dificultades surgen principalmente: *a*) en la resolución de problemas aditivos que implican comparación; *b*) al usar el algoritmo de la suma con cantidades de tres o más cifras, con números decimales o con más de tres cantidades; *c*) en sumas en las que el primer sumando es mayor que el segundo o cuando ambos son impares. Además, tales dificultades empeoran en problemas aditivos que se enmarcan en una situación desconocida por el niño (García, 2012).

A partir de la problemática mencionada, el presente estudio tiene como objetivo caracterizar el *conocimiento pedagógico* que emplean los formadores de profesores cuando enseñan el algoritmo de la suma a futuros docentes para educación primaria. La finalidad es dar cuenta de dicho conocimiento, y comprenderlo a mayor profundidad a través de la observación de la práctica del formador en el aula (Beswick y Goos, 2018).

## Referentes teóricos

### Conocimiento pedagógico para la enseñanza de las matemáticas

El conocimiento del profesor es un tema que ha despertado el interés por la comunidad de investigadores en educación. Sus orígenes datan de los trabajos de Shulman (1987), quien ante la dificultad de observar y evaluar las prácticas docentes en diversas disciplinas discute el *conocimiento base*, como el conjunto de habilidades didácticas y conocimientos acerca del contenido que requiere cualquier docente para realizar las tareas de enseñanza.<sup>3</sup>

Para Ball, Hill y Bass (2005), cualquier profesional formado en el campo de las matemáticas debe tener la capacidad de enseñar algoritmos; sin embargo, para desarrollar esta tarea requiere la habilidad de resolver e identificar respuestas equivocadas en los estudiantes, analizar la fuente del error y explicar el uso de las representaciones. Por tanto, de acuerdo con estos autores, el docente que enseña matemáticas debe poseer un cúmulo de conocimientos para escudriñar profesionalmente, interpretar, corregir y extender ese conocimiento en los estudiantes.

A partir de la propuesta de Shulman (1987), en el contexto de las matemáticas se ha desarrollado el modelo *Mathematical Knowledge for Teaching* o MKT (Ball, Thames y Phelps, 2008), el cual está diseñado para analizar el conocimiento del profesor y supone que las tareas de enseñanza demandan el dominio tanto del conocimiento matemático –o del contenido– como del conocimiento pedagógico del contenido, que funcionan a modo de

“amalgama”. Ambos dominios pretenden ser una guía para reconocer la interacción de distintos conocimientos y caracterizar la práctica del profesor que enseña matemáticas (González y Eudave, 2018; Sosa, 2012). Además, la relación entre ambos constituye una composición que “implica una idea o procedimiento matemático particular y la familiaridad con los principios pedagógicos para enseñar ese contenido” (Ball, Thames y Phelps, 2008:402) y es un insumo para analizar múltiples aspectos inmersos en la práctica de quien enseña matemáticas.

El dominio del *conocimiento del contenido* se refiere a la comprensión del objeto matemático a enseñar, mientras que el *conocimiento pedagógico del contenido* constituye un conocimiento particular y característico de quienes se dedican a la enseñanza de las matemáticas. Este último se compone de tres subdominios: *a) conocimiento del contenido y de los estudiantes*, que implica la habilidad del profesor para reconocer cómo los alumnos se acercan a los objetos matemáticos, por lo que identifica conocimientos previos, procesos de pensamiento de los estudiantes, posibles errores y dificultades; *b) conocimiento del contenido y de la enseñanza*, se refiere a los aspectos de instrucción como la secuencia didáctica, conceptos que se emplearán y ejemplos para mostrar determinado contenido matemático; *c) conocimiento del currículo*, está relacionado con los objetivos, contenidos, fines, orientaciones y los recursos disponibles para la enseñanza y que permiten al profesor guiar su práctica, así como seleccionar las tareas adecuadas para el aprendizaje de sus estudiantes (Ball, Thames y Phelps, 2008).

En relación con el formador de profesores, se sabe que requiere un conocimiento particular que, en comparación con el de los maestros de educación primaria, se caracterice por una mayor comprensión de las matemáticas y que asocie el *conocimiento de y sobre las matemáticas* a fin de poder representarlas a sus estudiantes y mostrarles la didáctica (D'Amore y Fandiño, 2017). De acuerdo con Zopf (2010), el conocimiento pedagógico de los formadores se puede analizar mediante el MKT, considerando que este actor educativo requiere de una didáctica específica que, por un lado, esté fuertemente relacionada con “estructuras matemáticas tales como definiciones, propiedades, teoremas y lemas, y cómo se usan para hacer matemáticas; conocimiento sobre descripciones, explicaciones, justificaciones y pruebas, y cómo se usan para el trabajo matemático” (Zopf, 2010:200) y que, por otro, se vincule con el conocimiento necesario para enseñar al futuro docente y, a su vez, a los estudiantes de educación primaria.

## Enseñanza de la suma

La suma, o adición, es un contenido matemático que se enseña en educación primaria (SEP, 2017) y hace referencia a reunir, añadir, aumentar, juntar, incrementar o a una operación aritmética definida sobre el conjunto de los números reales (Godino, Font y Wilhelmi, 2006). De acuerdo con Bermejo (2004), hay dos acepciones de la adición: unitaria, en la que se parte de un conjunto de base que es modificado añadiendo o quitando otro conjunto (este último en el caso de la sustracción), obteniendo como resultado un tercero, y la binaria, que parte de la existencia de dos conjuntos disjuntos determinados, los cuales se unen para obtener un tercero. La adición, en general, se representa como  $a+b=c$ , tal que  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

En la adquisición del algoritmo de la suma de números enteros intervienen cuatro planos: *a) de los objetos*, que consiste en agrupar objetos de un mismo tipo para formar una colección; *b) de los conjuntos*, representado por la agrupación de una o más colecciones de objetos; *c) de los cardinales*, representando la medida de las colecciones de objetos; y *d) de las representaciones escritas de esos números* (Vergnaud, 2013). Los planos son transitados durante el aprendizaje de la adición de modo subsecuente, de tal forma que la comprensión del plano de los objetos permite la adquisición de los demás y es en el cuarto plano donde se lleva a cabo la comprensión del algoritmo de la adición, ya que ahí se sitúa la regla que permite encontrar el resultado de sumar dos números escritos en orden posicional y de base diez.

En la transición de los cuatro planos, Vergnaud (2013) señala la puesta en juego de la función de agrupación, medida y escritura. La primera consiste en asociar el conjunto de objetos al conjunto de los conjuntos, la segunda relaciona el conjunto de los conjuntos con el de los cardinales, y la tercera función incorpora el conjunto de los cardinales al de los números escritos. Por ello, la transición de estas funciones implica la resolución inicialmente mediante el conteo de objetos, pasando de la observación y manipulación de tales objetos a la construcción de sumas que implica la relación entre números escritos (Bermejo, 2004).

## Metodología

En la presente investigación el *conocimiento pedagógico* del formador inmerso en la enseñanza de las matemáticas se reconoce como un hecho particular y único, por lo que este constituye un caso. De acuerdo con

Cohen, Manion y Morrison, un caso o un conjunto de casos se refiere a ejemplos específicos que con frecuencia están seleccionados para mostrar un “principio más general [de la realidad]” (Cohen, Manion y Morrison, 2007:181). Por tanto, el *conocimiento pedagógico* que se infiere en la práctica del formador es un ejemplo de la realidad y, considerando su relevancia en la formación de los estudiantes para profesor, merece ser estudiada para dar cuenta de su comportamiento en la enseñanza de la adición (Vasilachis, 2006).

Para ello, esta investigación adopta como metodología el estudio de caso múltiple, dado el número de casos que aquí se reportan y las características de cada participante, cuyas prácticas representan unicidad que puede ser objeto de comparación (Vasilachis, 2006). Este método permite extender los resultados empíricos hacia fenómenos similares, como es la valoración del *conocimiento pedagógico* del formador de profesores.

En el estudio participaron tres formadores de docentes que laboran en escuelas normales ubicadas en México<sup>4</sup> y que, en el momento de la toma de datos, impartían la asignatura *Aritmética. Números naturales* en el primer semestre de la licenciatura en Educación primaria (DGESPE, 2018). Se tomó en cuenta esta asignatura debido a que el programa incluye tópicos referentes a la adición. Para la selección de los sujetos se consideró como criterio fundamental ser docente activo que impartiera la materia antes señalada en alguna escuela normal. En la tabla 1 se muestran las características académicas de los tres participantes en el estudio.<sup>5</sup>

TABLA 1

*Características académicas de los participantes en el estudio*

Formador	Formación inicial	Años de experiencia	
		Formando a futuros profesores	Enseñando la adición
Manuel	Licenciado en Educación primaria	12	9
Luis	Ingeniero en Sistemas computacionales	7	0
Juan	Licenciado en Educación primaria	19	12

Fuente: elaboración propia.

Cada participante fue observado enseñando el tema de la adición a sus estudiantes para profesor de educación primaria. La observación se realizó con apoyo de una cámara de video y una grabadora de audio, y el investigador fungió como no participante, se posicionó como un sujeto externo a las interacciones que se dieron en el salón de clases para evitar manipular la situación o a los sujetos que participan (Cohen, Manion y Morrison, 2007); además, se limitó a ver y tomar notas de lo que ocurría en ese momento. El número de sesiones de clase a observar estuvo determinado por cada formador según el tiempo destinado al tratamiento del tema de la suma de acuerdo con su programa de materia y su planeación didáctica: Manuel destinó cuatro sesiones, Luis, tres y Juan, dos. En total se observaron nueve sesiones, cada una con una duración de dos horas aproximadamente.

Para el análisis de la información recabada, y de acuerdo con los referentes teóricos de esta investigación, se diseñaron categorías a partir de los subdominios del *conocimiento pedagógico* propuestos por Ball, Thames y Phelps (2008) y que tuvieron mayor presencia en las clases observadas: *a)* conocimiento del contenido y el estudiante, *b)* conocimiento del contenido y la enseñanza y *c)* conocimiento del currículo. También se tomaron en cuenta las subcategorías sugeridas por Sosa (2012) y Climent, Romero-Cortés, Carrillo, Muñoz-Catalán *et al.* (2013), como se muestran en la tabla 2.

TABLA 2

*Categorías y subcategorías para analizar el conocimiento pedagógico inmerso en la práctica del formador*

Categoría	Subcategoría
1. Conocimiento del contenido y el estudiante	1.1 <i>Estudiante de primaria</i> : el formador reconoce los procesos de pensamiento del niño de primaria, prevé las dificultades y necesidades que él puede tener al enfrentarse al contenido matemático e identifica una posible situación concreta susceptible de error; además, permite interpretar el conocimiento de los alumnos a partir de sus producciones o manifestaciones (evaluación)
	1.2 <i>Estudiante normalista</i> : el formador identifica los procesos de pensamiento del futuro profesor, sus posibles ideas erróneas sobre las estructuras aditivas, conoce distintos modos de pensamiento de los alumnos ante una tarea y lo que suponen desde el punto de vista de su conocimiento

(CONTINÚA)

TABLA 2

Categoría	Subcategoría
2. Conocimiento del contenido y la enseñanza	2.1 <i>Didáctica del profesor de primaria</i> : el formador trata de adecuar las tareas al nivel de pensamiento de los alumnos. Identifica qué aspectos del contenido incluir en una tarea para que el alumno le dé significado, y establece la secuencia de dichos contenidos
	2.2 <i>Uso de ejemplos</i> : el formador elige los ejemplos que va a incluir en una tarea, desde el punto de vista del contenido y del aprendizaje de los alumnos.
	2.3 <i>Preguntas</i> : el formador realiza cuestionamientos para reforzar las afirmaciones explicadas a los estudiantes
	2.4 <i>Respuesta de los estudiantes</i> : el formador decide qué respuestas aceptar, cuáles ignorar y cuáles destacar
3. Conocimiento del currículo	3.1 <i>Currículo oficial</i> : el formador atiende a los objetivos, contenidos, fines, orientaciones, y recursos propuestos en los planes y programas de estudio

Fuente: elaboración propia.

El proceso de análisis consistió, primero, en transcribir episodios de las sesiones grabadas en los que se pueden inferir los conocimientos de los formadores a través de su labor en el aula; segundo, las transcripciones fueron codificadas según las categorías y subcategorías mostradas en la tabla 2; tercero, se observó cómo los conocimientos eran puestos en juego en los distintos casos, identificando las similitudes y particularidades entre los tres formadores de profesores estudiados. A continuación, se presenta de forma descriptiva el análisis de los datos, organizados de acuerdo con los hallazgos coincidentes entre los casos y considerando la categoría a la que pertenecen.

### Análisis y discusión de resultados

En las clases observadas los tres formadores trataron el tema de la adición teniendo como referencia los contenidos que sugiere el programa de *Aritmética. Números naturales*: a) La suma y resta como objeto de enseñanza y aprendizaje en la escuela primaria; b) Significados de la suma y resta a través de la resolución de problemas, c) Sentido numérico: a partir de la resolución de problemas, reconocer y generar representaciones equivalentes

de un número a través de descomposición y composición, *d*) Propiedades de la suma y análisis de la resta como operación inversa de la suma, y *e*) Estimación y cálculo mental al resolver problemas aditivos (DGESPE, 2018:21). El programa indica que el futuro docente, para que aprenda tales contenidos, tiene que resolver y diseñar problemas para los niños de primaria en los que utilice las propiedades de la suma con distintas estructuras.

Para el tratamiento de la suma, la propuesta curricular plantea que el futuro profesor conozca y reflexione acerca de los significados del algoritmo de la adición y su didáctica (DGESPE, 2018). A partir de esta propuesta, cada formador –Manuel, Luis y Juan– desarrolló su propia secuencia didáctica con actividades pensadas para sus estudiantes.

### Conocimiento de dos estudiantes

Respecto del *conocimiento del contenido y el estudiante*, los tres formadores mostraron como característica particular el hacer referencia a dos tipos de estudiante: *el niño de primaria y el estudiante para profesor*. En relación con el primero, los formadores sugieren a los futuros docentes considerar los conocimientos previos del niño como punto de partida en la enseñanza de la adición, tales como conteo, sistema de numeración decimal, composición y descomposición de colecciones. Esto es concordante con los programas de educación primaria y de normales, en ambos se espera que dichos conocimientos sean adquiridos antes del tratamiento de la suma (SEP, 2017).

De acuerdo con lo que menciona Manuel, el conteo, la descomposición y composición (agregar, separar y juntar) son un antecedente para que el niño de educación primaria resuelva situaciones aditivas con el algoritmo convencional. En relación con esto, implícitamente Manuel asume en su clase las ideas de Bermejo (2004) sobre el proceso de enseñanza de la adición, por ejemplo, les dice a sus estudiantes para docentes que: “Antes de plantear situaciones convencionales [de suma], primero hay que poner al niño a que haga conteo de situaciones en las que hay que agregar o quitar, de ahí se trabaja la composición y la descomposición [de una cantidad]”.

En la explicación precedente, Manuel relaciona el conteo con la suma al considerar que al agregar o quitar objetos en problemas contextualizados se está trabajando la composición y la descomposición de una cantidad. En cambio, para Luis la composición y descomposición de colecciones es una “noción previa al algoritmo de la suma” y constituyen la base para que

el niño aprenda el algoritmo convencional de forma “permanente”, lo cual se refleja cuando el formador dice que “[el niño en un inicio] compone y descompone [agrupaciones de] objetos homogéneos [...] para identificar las cantidades que pueden conformar una agrupación”. Al parecer, Luis considera que es necesario el componer y descomponer colecciones como un *ensayo* de la acción de “agregar” que se realiza para llevar a cabo la suma. Estas nociones a las que hace referencia el formador coinciden con dos de los planos mencionados por Vergnaud (2013), el de los objetos de un mismo tipo que se agrupan para formar una colección, y el plano de los cardinales como la medida de las agrupaciones de objetos. En relación con esto, Luis menciona lo siguiente: “Entonces recobramos conocimientos previos, lo contextualizamos, le pedimos al chico [niño] que lo verbalice y por último le estamos diciendo al chico que a partir de esas historias signifique, y puede ser permanente, debería ser permanente”.

Para Luis, la verbalización y la contextualización de los conocimientos previos desempeñan un papel relevante en el aprendizaje de la adición; con la primera pretende que el alumno haga explícitos sus conocimientos, mientras que la contextualización refiere a que encuentre un sentido práctico a la suma. Así, aunque no se llega a demostrar en clases, Luis está sugiriendo a los futuros docentes que iniciar con los conocimientos previos, verbalizar y contextualizar puede conducir a los niños de educación primaria a un aprendizaje “permanente” relacionado con lo “significativo”.

Además de tener en cuenta los conocimientos previos como punto de partida para aprender la suma, Luis coincide con Manuel al enfatizar que es relevante enseñar al niño la adición en un contexto para que le dé significado, de modo que no se le enseñe como una representación numérica en la que solo se suman cantidades sin una unidad de medida: “Yo no puedo partir de decirle al chico [niño] ayúdame a resolver cuánto es ocho menos diecisiete o más siete. Vamos a tener que partir de lo contextual, de lo práctico a lo simbólico, al lenguaje no verbal. Que él empiece a entender la relación”.

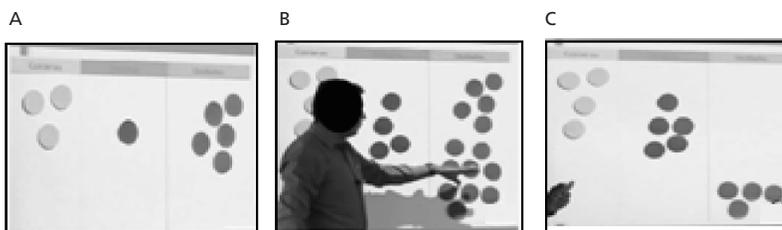
En su discurso, Luis hace referencia al proceso que sugieren los programas de educación primaria, al inicio a través de situaciones o problemas matemáticos y después al estudio del objeto matemático por sí solo (SEP, 2017), así como la relevancia de plantear sumas de objetos que vengan de la vida cotidiana del niño (Vergnaud, 2013). A partir de esta consideración, Luis da dos significados a lo “contextual”: *a*) como un aspecto que le per-

mite al alumno darle sentido a la suma en situaciones de la vida cotidiana, y *b*) como los objetos manipulables percibidos en el entorno del niño y que denomina –como dice el formador: “lo práctico”–, y son el punto de partida para pasar a lo simbólico –expresado como el “lenguaje no verbal”.

Otra característica del conocimiento que tienen Luis y Manuel sobre el estudiante de primaria es el reconocer los posibles errores que llegan a cometer los niños al aprender la suma. Manuel afirma que el estudiante comente errores cuando tiene el primer acercamiento al contenido de la suma y la resta, los cuales están relacionados con el valor posicional, la selección de los datos necesarios para la resolución de problemas y el distinguir cuándo se trata de una operación de suma y cuándo de resta. De acuerdo con García (2012), estos errores son comunes entre los alumnos de primaria, de modo que los profesores deben considerarlos al enseñar la adición. Para mostrar cómo los niños de primaria confunden la suma con la resta, Manuel plantea resolver  $315-139$  y utilizar fichas de tres colores diferentes, cada uno representa un valor diferente: las amarillas [gris más claro] refieren las centenas, las rojas [gris más oscuro y en la porción media de la figura] indican las decenas y las azules [gris medio] están relacionadas con las unidades (figura 1).

FIGURA 1

*Secuencia en la que el formador, con apoyo de una tabla, muestra cómo los niños al resolver la resta  $315-139$  la confunden con una suma*



Fuente: tomado de las observaciones de las clases analizadas.

MANUEL: Vamos a empezar como lo harían quizá los niños. 315 [coloca en el tablero las fichas que representan esa cantidad (tres amarillas, una roja y cinco azules), figura 1A], como el niño ya sabe que las amarillas valen cien, las rojas diez y las azules uno, aquí no hay un orden siempre y cuando representen la cantidad. Y le vamos a agregar 139 [coloca en el tablero las fichas que repre-

sentan esa cantidad (una amarilla, tres rojas y nueve azules), figura 1B]. Pero nos damos cuenta que aquí ya se pasó de 10 [se refiere al total de las fichas azules], son 14 y acuérdense que no se vale, cuando juntemos 10 tenemos que transformar. Por lo tanto vamos a agarrar 10 [quita 10 fichas azules y coloca una roja, figura 1C]... Tenía que restar, ¿por qué no me dicen?

ESTUDIANTE: El niño hace el procedimiento como cree necesario, pero uno como docente tiene que corregir...

MANUEL: Cuando el niño comete un error, porque el niño se suele confundir, deben decirle al niño: “¡ah!, está bien tu procedimiento, pero debiste restar”. Ustedes debieron hacerlo notar, la idea se rescata cuando se cometen ciertas confusiones.

El formador utiliza la demostración de la confusión entre la suma y resta para enfatizar la acción del profesor ante los errores del niño. De acuerdo con lo que comenta Manuel, se espera que el docente se concentre en valorar cómo el niño comprende los procesos (“está bien tu procedimiento”) de modo que se cuide el aspecto motivacional en el aprendizaje, así como reconocer la funcionalidad de este procedimiento pero en el algoritmo de la suma. Aunque Manuel apunta y muestra en su simulación el error (sumar en lugar de restar), omite discutir con los futuros docentes por qué los niños se llegan a confundir y cómo evitar el error u orientarles para que reconozcan o reflexionen sobre el origen de este. Para Rigo, Páez y Gómez (2010) es necesario que el profesor favorezca la reflexión en los niños con la finalidad de que generen estrategias metacognitivas y que los lleve a evitar posibles errores.

En lo que se refiere al *estudiante para profesor*, los tres formadores emplean actividades donde la adición debe ser utilizada como una habilidad que proviene de un contenido anticipadamente conocido y dominado. Las actividades desarrolladas en clases son similares a las sugeridas en los programas de educación primaria (SEP, 2017), añadiendo el cálculo mental como herramienta para adecuar las tareas al pensamiento de los estudiantes para profesor, y bajo la pretensión de representar un reto para ellos. De acuerdo con lo observado, no hay un intento por llevar a los estudiantes a comprender el concepto y algoritmo de la suma, se da por hecho que ya tienen el conocimiento disciplinar, es decir, los formadores no los llevan a reforzar o rehacer lo que saben de matemáticas (Llinares, 2013).

Luis pone en evidencia su idea de que el tópico de la adición es ya conocido y dominado por sus estudiantes, debido a que previamente revisó con ellos el tema de “sistema de numeración decimal” (DGESPE, 2018), en el que definió algunos términos como conjunto, cardinal y colección. Luego de abordar este tema, y sin una explicación acerca de cómo resolver una suma, Luis solicitó lo siguiente: “pase, Marisol, para que nos diga cómo aprendió [el algoritmo de la suma] en la escuela primaria, acuérdesse que usted va a utilizar el método de llevando<sup>6</sup> que ha usado toda la vida”. La instrucción precedente no establece un vínculo explícito entre los términos definidos previamente y el algoritmo de la adición, por lo que el formador da por hecho que la adición es un tema que sus alumnos dominan y han usado “toda la vida”.

Aunque en las clases de estos formadores se hace referencia a dos estudiantes, *el alumno de primaria* es continuamente mencionado a través de sugerencias sobre cómo aprenden los niños, mientras que *el estudiante normalista* es poco referido, incluso pareciera que su papel en la escuela normal es reflexionar acerca de cómo los niños aprenden la suma. En este sentido, las tareas desarrolladas en las sesiones observadas estuvieron pensadas en simular lo que sucede en el aula de educación básica, más que en explorar la didáctica y construcción del algoritmo de la adición. En palabras de D’Amore y Fandiño (2017), se dificulta el aprendizaje de la matemática y su didáctica al no considerar los procesos de pensamiento de los estudiantes para profesor.

### Orientaciones a los futuros docentes sobre cómo enseñar la adición

A lo largo de las clases observadas, los tres formadores hicieron múltiples comentarios relacionados con su *conocimiento del contenido y la enseñanza*. Estos señalamientos consistieron principalmente en sugerir actividades que pueden desarrollarse en el aula de educación primaria.

Las subcategorías *didáctica del profesor de primaria* y *uso de ejemplos* se pusieron en evidencia cuando los formadores propusieron a los futuros docentes actividades de distinta índole para enseñar la adición. Manuel retoma las actividades del texto *Lo que cuentan las cuentas de sumar y restar* (Fuenlabrada, Block, Martínez y Carvajal, 1995), por lo que sugiere y ejemplifica el uso, principalmente, de actividades lúdicas, entre las que menciona “el cajero, serpientes y escaleras, dominó, basta numérico, el

tablero, el restaurante...”, además dedica una sesión de clase a mostrar cómo utilizar y explicar con los niños “El tablero”. Por su parte, Luis comenta con sus estudiantes ejercicios de la *Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética* (Cedillo, Isoda, Chalini, Cruz *et al.*, 2013) que pueden utilizar en la escuela primaria. En cambio, Juan diseñó sus propias actividades que denominó: “Los saludos” e “Índice de masa corporal” y dijo a sus estudiantes que con ellas pretendía practicar el algoritmo de la suma como lo harían los niños de primaria.

Manuel sugiere a los futuros profesores inicialmente mostrar el contenido de la adición con un conjunto de actividades lúdicas, ya que hacen que el aprendizaje sea “fácil y divertido, al niño le interesan más este tipo de actividades y hacemos algo distinto”. Además, reconoce que estas deben relacionarse con el contenido matemático, ya que en ellas se busca que los niños comprendan la suma en contextos conocidos a partir de los conocimientos previos como el conteo, composición y descomposición. Una actividad que Manuel demostró en su clase es la que denominó “El tablero”, con la cual dio cuenta de su *conocimiento pedagógico* relacionado con la subcategoría *uso de ejemplos*. Con ella, Manuel pretendía simular cómo el niño pasa de la agrupación de objetos manipulables y la reunión física de las colecciones de objetos al algoritmo de la suma. “El tablero” consiste en asignar el valor de unidades, decenas y centenas a fichas de colores que posteriormente se colocan en una tabla con tres columnas. Para ello, Manuel pide a sus estudiantes que resuelvan en la tabla  $398+67$ , como se observa en la figura 2.

FIGURA 2

*Actividad para resolver  $398+67$  en la tabla y con fichas de colores*



Fuente: tomado de las observaciones de las clases analizadas.

Los estudiantes para profesor colocan fichas en las columnas de la tabla de acuerdo con su color para representar la cantidad inicial de 398 (figura 2), de modo que descomponen el número en unidades, decenas y centenas. Posteriormente, añaden la representación del 67 (seis fichas de decenas y siete de unidades) y generan composiciones, por ejemplo, diez fichas azules [gris medio y en la porción final de la figura] (unidades) en una decena. Esta representación es sugerida a los futuros docentes para partir de los conocimientos previos de los niños empleando material manipulativo y conducirlos a una representación simbólica de la adición: “Vamos a pasar del tablero a lo gráfico, a lo convencional. Cómo el niño va a transitar y cómo le vamos a ayudar nosotros como maestros a transitar, que deje el tablero y empiece a usar ya su cuaderno, ya el lápiz, el pizarrón para hacer un procedimiento más gráfico del algoritmo convencional de la adición”.

Es notorio que Manuel denomina *lo gráfico* como la representación escrita del algoritmo de la adición (convencional), mientras que el tablero es la agrupación de fichas (algoritmo no convencional). Manuel asume que el niño pasa por un proceso para aprender la suma y coincide con lo que plantea Vergnaud (2013), ya que considera que para aprender el algoritmo convencional de la adición, el niño debe transitar por el plano de los objetos, a través de la fase manipulativa como sucede con el tablero, el plano de los conjuntos y el de los cardinales.

Cabe mencionar que las ideas de Manuel son similares a lo que refiere Luis con respecto a los procesos de pensamiento del niño de primaria. Ambos formadores desarrollan actividades congruentes con las sugerencias que hicieron a los futuros docentes sobre los conocimientos previos que deben tener en cuenta de los alumnos al enseñar la adición; sin embargo, estas actividades solo intentan simular cómo los futuros profesores podrían enseñar la suma y dan cuenta de un *conocimiento sobre la enseñanza* que en los dos formadores es similar en la subcategoría de *uso de ejemplos*.

En una de estas actividades, Luis pide al grupo que asuman el rol de estudiantes de educación primaria con la finalidad de que experimenten cómo aprenderían la suma partiendo de conocimientos previos (situaciones en las que se componen y descomponen colecciones), para ello, a un estudiante (A) le asigna el rol de profesor y le dice:

LUIS: [Se dirige al estudiante A] Si usted fuera docente, ¿cómo pondría la actividad [solicita que propongan una situación aditiva] con el material que hay aquí [en el salón de clases]?

ESTUDIANTE A: Con bancas, les digo pasen cuatro niños y pregunto: ¿cuántos hay de cada lado? [Cuatro estudiantes con su silla se colocan frente al resto del grupo del lado izquierdo y el formador se coloca en una silla del lado derecho] [...] Del lado izquierdo, ¿cuántos compañeros hay?

ESTUDIANTES: [Responden en coro] Cuatro.

ESTUDIANTE A: Del lado derecho, ¿cuántos estudiantes hay?

ESTUDIANTES: [Responden en coro] Uno.

ESTUDIANTE A: Que alguien me diga ¿cuántos son en total?, juntando a los cuatro y al alumno [refiriéndose al formador].

ESTUDIANTES: [Responden en coro] Cinco.

ESTUDIANTE A: Vamos a contarlos [señala a los compañeros] 1, 2, 3, 4 y 5 en total.

LUIS: Usted puede aquí rescatar conocimientos previos sobre la resta, por ejemplo, si saco a cuatro, ¿Qué pasa? O dígame, “tú regresa a tu lugar”.

ESTUDIANTE A: Si en total eran cinco y ya se fueron dos, ¿cuántos hay?

Esta simulación da cuenta de un *conocimiento sobre la enseñanza de la didáctica del profesor de primaria*, en la que el formador ejemplifica el proceso que ha sugerido de partir de los conocimientos previos y la contextualización. Se muestra cómo el formador pretende instruir a los futuros docentes sobre el tipo de cuestionamientos que pueden conducir al niño a relacionar la suma con la resta, mostrando así este conocimiento relacionado con la subcategoría de *preguntas*.

En la actividad precedente se identifican dos significados de la adición: agregar y seguir contando (cfr. Bermejo, 2004). Durante la actividad, Luis se concentró en sugerir a los futuros docentes lo que deben hacer, sin llegar a discutir cómo se presenta el algoritmo de la adición o los significados que implícitamente están utilizando, tampoco se cuestiona el tipo de respuestas que los niños podrían dar al planteamiento.

Por su parte, Juan también hizo sugerencias a los futuros docentes sobre las actividades que podrían utilizar con los niños para “practicar” el algoritmo de la adición. Para ello, planteó a sus estudiantes dos tareas “como se da en la escuela primaria”: a) “Índice de masa corporal”, en la

cual los futuros profesores calcularon dicho índice a partir del registro de su peso y estatura, obtuvieron la media aritmética de los resultados del grupo y comentaron las tendencias en los datos, y *b)* “Los saludos”, en donde se les pidió que calcularan y registraran en una tabla el número de saludos que podrían darse diferentes personas. Aunque estas actividades no tienen relación directa con el algoritmo de la adición, el formador las utiliza para que sus alumnos practiquen la suma y les hace sugerencias de que tendrían que considerar para enseñar la matemática.

Para Juan, como parte de sus sugerencias, cuando las tareas se dan a través de expresiones matemáticas, “los niños suelen tener dificultad con los problemas puramente matemáticos, porque ahí no tienen a veces una posibilidad de tener algo concreto, es más abstracto”. Aunque Juan no puntualiza la dificultad que refiere, por la comparación que hace entre el pensamiento concreto y abstracto, se puede inferir que lo relaciona con las representaciones escritas de la suma y da por hecho los planos que menciona Vergnaud (2013), además enfatiza la relevancia de desarrollar actividades contextualizadas (como mencionaron Manuel y Luis). Cabe señalar que durante las sesiones observadas Juan presentó el tema de la suma a través de una situación en la que se debe agregar y contar, y no como una expresión matemática, por lo que implícitamente define la adición como una herramienta que permite resolver las situaciones que plantea el profesor.

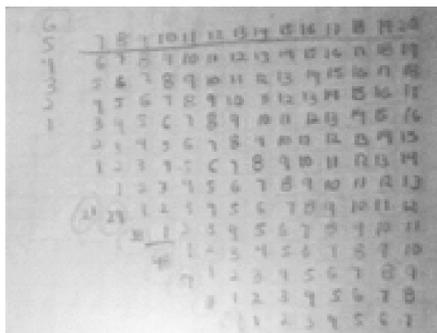
Para Juan, las actividades con que se enseña la adición tienen que representar una situación problemática, y deben tener en cuenta el objetivo matemático e involucrar los conocimientos de los niños: “Cuando hacemos actividades en educación primaria, deben tener un fin y hacer trabajar los conocimientos que poseen los niños. En este caso estamos movilizándolo los algoritmos, para que los niños empiecen a resolver una situación problemática, ahorita vamos a ver qué es lo que nos está pidiendo”.

A razón de lo anterior, Juan planteó a los futuros profesores la actividad que denominó “Los saludos” a partir de la pregunta, “¿cuántos saludos pueden darse los muchachos del 1°C que asistieron hoy?”, de modo que tenían que calcular y registrar en una tabla el número de saludos. La actividad la resolvieron los estudiantes a través del conteo, aunque el formador comentó que servía para practicar el algoritmo de la suma. Algunos acudieron al dibujo para representar el número de saludos, señalaron el número de sujetos (muchachos) y los relacionaron con flechas, de modo que les

permitió hacer un conteo de los saludos; otros estudiantes resolvieron la actividad “encontrando la clave (expresión algebraica); al último número le sumo el anterior”, haciendo referencia a la serie sucesiva  $n + n(n - 1)$ , donde  $n$  es el número de sujetos, de modo que obtienen 75 saludos (figura 3),  $n + (n - 1) = 38 + (38 - 1) = 75$ .

FIGURA 3

*Representación de una de las respuestas de los estudiantes en la que muestran la resolución del problema (75 saludos) mediante seriación*



Fuente: tomado de las observaciones de las clases analizadas.

Dado que son 38 muchachos que se saludan entre sí, el resultado sería 703:

$$\text{total de saludos} = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{38(38-1)}{2}$$

Juan no discute el resultado de los estudiantes, tal vez porque su idea es dejar que implementen sus propios procedimientos, concordante con una pregunta que hizo a sus alumnos al inicio de la sesión: “¿qué es más importante, el resultado o el procedimiento?” Aunque la actividad “Los saludos” implica una acción de agregar, el resultado no se obtiene solo con el algoritmo de la suma, por lo que se pueden practicar otros procedimientos de solución, incluso expresiones algebraicas que involucran conocimientos que se aprenden en niveles posteriores a la escuela primaria. Desde esta perspectiva, las actividades propuestas por Juan van más allá de privilegiar la enseñanza y práctica del algoritmo de la adición en la escuela primaria. Se infiere que el formador muestra un *conocimiento*

*de la enseñanza* que, si bien, pretende plantear una situación de interés a las estudiantes normalistas, dificulta la enseñanza de la adición y su didáctica.

Las actividades que emplean los tres formadores, aunque son diversas, convergen en su intención de mostrar la didáctica de la adición mediante la simulación de tareas que los futuros docentes podrían implementar en la escuela primaria y las recomendaciones para desarrollarlas, de modo que muestran menor énfasis en discutir el significado y representaciones de la suma, que es relevante en la formación de profesores (DGSPE, 2018; Llinares, 2013; SEP, 2017). Es notorio que Manuel, Luis y Juan se concentran en comentar con sus estudiantes sobre lo que pudiera suceder en la escuela primaria y cómo tendrían que responder al estar en el rol de profesor.

### El papel del currículum

En las sesiones observadas, los tres formadores utilizaron pocos elementos de los explícitos en el programa de *Aritmética. Números naturales* (DGSPE, 2018). Respecto de las intenciones del programa de desarrollar la didáctica y la matemática, estas se mostraron con distinto énfasis en la práctica de los formadores; mientras Manuel se enfocó en mostrar la didáctica, Luis destacó la práctica del algoritmo y Juan desarrolló un problema en el que se empleaba la adición y otros algoritmos.

Por otra parte, las fuentes de las que obtuvieron las actividades desarrolladas también fueron distintas. Manuel explicitó en su clase que estaba retomando la propuesta del texto de Fuenlabrada *et al.* (1995), mientras que Luis comentó usar la *Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética* (Cedillo *et al.*, 2013), por su parte, Juan mencionó apoyarse en “una actividad que [había] visto que funciona con los niños de primaria” apuntando que era extraída de su experiencia como docente de primaria en servicio. Si bien los textos empleados por Manuel y Luis son sugeridos en el programa, se observó que los formadores los utilizan para determinar su secuencia de actividades.

En relación con la metodología para enseñar la suma, el programa de materia sugiere el uso de la resolución de problemas y las discusiones reflexivas, así como la práctica en el aula de escuela primaria (DGSPE, 2018). En las sesiones observadas de los tres formadores, las metodologías incluían la resolución de problemas, extensas sugerencias y simulaciones

de actividades que podrían servir en el aula de primaria; sin embargo, no hay una unicidad en el tipo de metodología empleada, ya que cada formador llevaba sus sesiones de clase de forma distinta. La secuencia de actividades y los ejercicios dados en las clases ponen en evidencia que los formadores coinciden en dar prioridad a un currículum relacionado con sus experiencias previas sobre el currículum oficial.

## Conclusiones

Las observaciones de la práctica de los formadores permitieron identificar distintas características de su *conocimiento pedagógico*. Sobre el *conocimiento del contenido y el estudiante*, los formadores refirieron al niño de primaria en la selección y el desarrollo de actividades para enseñar la adición en la escuela normal; por otra parte, los procesos de pensamiento del normalista son poco referidos, incluso pareciera que los formadores saben poco de ellos al aprender la didáctica de la adición.

El *conocimiento del contenido y la enseñanza de los formadores* se caracteriza por mostrar la didáctica a los futuros profesores a través de dos acciones: *a)* posicionar a los futuros docentes en el papel de niños a fin de que reflexionen sobre los procesos del estudiante de primaria y *b)* hacer sugerencias sobre la enseñanza de la adición y la práctica docente en general. En relación con el inciso *b*, se tuvo un resultado concordante con Aguayo (2004), al observar que la enseñanza de la adición que los formadores lograron se queda en consejos o recomendaciones sobre lo que debe hacerse en la escuela primaria; además, a pesar de que reconocen la contextualización como un elemento relevante para enseñar la adición, en sus clases no se muestran ejemplos en los que el estudiante normalista acuda al aula de primaria. Este hallazgo pone en evidencia que, en el transcurso de los años, las prácticas de los formadores en las escuelas normales se han mantenido con ciertas similitudes (Aguayo, 2004), como si se tratara de una tradición de enseñanza que contrasta con las múltiples reformas de la escuela primaria. Esto también es evidente al hablar del programa, el cual constituyó un recurso de apoyo para los formadores, más que una pauta para la enseñanza de la adición y su didáctica en la escuela normal.

El conocimiento de los formadores sobre la enseñanza de la adición no se enmarca en un modelo didáctico, que determine estrategias docentes para mostrar la suma a los profesores en formación y al niño de primaria.

Esto lleva a inferir que el *conocimiento pedagógico* que poseen los formadores sobre el *contenido y la enseñanza* se caracteriza por una escasez de fundamentos teóricos explícitos en su práctica, de modo que tienen pocas herramientas para comparar una metodología sobre otra y determinar los ejemplos que deben utilizarse en función de cómo se esperaría enseñar la adición en primaria (cfr. Ball, Thames y Phelps, 2008).

Esta investigación observó que el *conocimiento pedagógico* de los formadores es particular dada su labor de formar futuros docentes, de modo que para analizar su práctica se coincide con Zopf (2010), al reconocer que el MKT es una herramienta que permite explorar el conocimiento de estos actores. Sin embargo, se requiere considerar la enseñanza del objeto matemático y su didáctica, así como los dos tipos de estudiantes que se tienen en cuenta en las aulas de formación inicial docente: *el niño de primaria y el futuro profesor*.

El estudio presentado contribuye a explorar los conocimientos del formador de profesores, que es un tema sobre el que hace falta profundizar (Da Ponte y Chapman, 2016), en particular, si existe una tradición en la enseñanza que se da en las escuelas normales en la que el formador concentra su labor docente en sugerir actividades y hacer recomendaciones sobre la práctica del profesor de primaria en servicio. Además, la investigación presentada podría ser un insumo para quienes toman decisiones en dos aspectos particulares de las escuelas para profesores: *a) la elaboración de perfiles de quienes están a cargo de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas normales y b) el diseño de planes y programas de estudio que enfaticen la didáctica del contenido*.

## Notas

<sup>1</sup> En adelante, en este artículo se usará el masculino con el único objetivo de hacer más fluida la lectura, sin menoscabo de género.

<sup>2</sup> Se denomina formador al profesor encargado de la enseñanza de los futuros docentes (SEP, 2017). En el presente documento se discute el formador que se dedica a las matemáticas y cómo enseñarlas en educación primaria.

<sup>3</sup> Ball, Thames y Phelps (2008:395) definen la enseñanza como “todo lo que los maestros deben hacer para apoyar el aprendizaje de los estudiantes”.

<sup>4</sup> En México las *escuelas normales* son las principales instituciones encargadas de la formación de docentes y, al final de los cuatro años de formación, otorgan el título de licenciado en Educación primaria que corresponde a los estudios de educación superior (Ducoing, 2013).

<sup>5</sup> A cada formador se le asignó un sobrenombre para conservar su anonimato.

<sup>6</sup> El formador se refiere al “método de llevando” como el procedimiento para resolver operaciones escritas de suma con base 10 (cfr. Vergnaud, 2013:144).

## Referencias

- Aguayo, Luis Manuel (2004). “El *saber didáctico* en las escuelas normales”. Un análisis de las praxeologías de formación, *Educación Matemática*, vol. 16, núm. 34, pp. 29-57.
- Ávila, Alicia; Block, David; y Carvajal, Alicia (2013). “Investigaciones sobre educación preescolar y primaria”, en A. Ávila, A. Carrasco, A. Gómez, M.T. Guerra, G. López y J. Ramírez (coords.), *Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México (2002-2011): matemáticas, ciencias naturales, lenguaje y lenguas extranjeras*, col. Estados del Conocimiento, Ciudad de México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa/Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior, pp. 35-56.
- Ball, Deborah; Hill, Heather y Bass, Hyman (2005). “Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?”, *American Educator*, vol. 29, núm. 1, pp. 14-22.
- Ball, Deborah; Thames, Mark Hoover y Phelps, Geoffrey (2008). “Content knowledge for teaching: what makes it special?”, *Journal of Teacher Education*, vol. 59, núm. 5, pp. 389-407.
- Bermejo, Vicente (2004). “*Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*”, Madrid: Editorial CCS.
- Beswick, Kim y Goos, Merrilyn (2018). “Mathematics teacher educator knowledge: What do we know and where to from here?”, *Journal of Mathematics Teacher Education*, vol. 21, pp. 417-427. DOI: 10.1007/s10857-018-9416-4
- Cedillo, Tenoch; Isoda, Masami; Chalini, Antonio; Cruz, Valentín; Ramírez, María Eugenia y Vega, Enrique (2013). *Matemáticas para la educación normal. Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética*, Ciudad de México: Pearson.
- Climont, Nuria; Romero-Cortés, José M.; Carrillo, José; Muñoz-Catalán, Ma Cinta y Contreras, Luis C. (2013). “¿Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un video de aula?”, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 16, núm. 1, pp. 1-24.
- Cohen, Louis; Manion, Lawrence y Morrison, Keith (2007). *Research methods in education*, Nueva York: Routledge.
- D’Amore, Bruno y Fandiño, Martha Isabel (2017). “La didáctica de la didáctica de la matemática: experiencias personales e indicaciones críticas de algunas discusiones e investigaciones”, en B. D’Amore y L. Radford (coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*, Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, pp. 43-64.
- Da Ponte, João Pedro y Chapman, Olive (2016) “Prospective mathematics teachers’ learning and knowledge for teaching”, en L. English y D. Kirshner (eds.), *Handbook of International Research in Mathematics*, Nueva York: Routledge, 275-296.
- DGESPE (2018). *Programa del curso Aritmética. Números naturales*, Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública-Dirección General para Profesionales de la Educación.

- Ducoing, Patricia (2013). *La escuela normal, una mirada desde el otro*, Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México-Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación.
- Fuenlabrada, Irma; Block, David; Martínez, Patricia y Carvajal, Alicia (1995). *Lo que cuentan las cuentas de sumar y restar. Propuesta para divertirse y trabajar en el aula*, col. Libros del Rincón, Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.
- García, Octaviano (2012). “*La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas básicas en niños de aulas mexicanas*”, Ciudad de México: Ángeles Editores.
- Godino, Juan; Font, Vicenç y Wilhelmi, Miguel (2006). “Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta”, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, núm. especial, pp. 131-155.
- González, Juan Francisco y Eudave, Daniel (2018). “Modelos de análisis del conocimiento matemático y didáctico para la enseñanza de los profesores”, *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, núm. 54, pp. 25-45.
- Jacobs, Victoria y Spangler, Denise (2017). “Research on core practices in K-12 mathematics teaching”, en C. Jinfa (coord.), *Compendium for research in mathematics education*, Reston: National Council of Teachers of Mathematics, pp. 766-792.
- Jaworski, Barbara (2008). “Mathematics teacher educator learning and development”, en B. Jaworski y T. Wood (eds.), *The Mathematics teacher educator as a developing professional. Handbook of mathematics teacher education*, vol. 4, Rotterdam: Sense Publishers, pp. 1-13.
- Llinares, Salvador (2013). “Conocimiento de matemáticas y tareas en la formación de maestros”, A. Ramírez y Y. Morales (eds.), *Memorias I Congreso de Educación Matemática de América Central y de El Caribe*, Santo Domingo, República Dominicana. Disponible en: [http://www.centroedumatematica.com/memoriasicemacyc/Conferencia\\_plenaria,\\_Llinares.pdf](http://www.centroedumatematica.com/memoriasicemacyc/Conferencia_plenaria,_Llinares.pdf)
- Montes, Miguel Ángel; Contreras, Luis Carlos; Liñán, María; Muñoz-Catalán, Ma. Cinta; Climent, Nuria y Carrillo, José (2015). “Conocimiento de aritmética de futuros maestros. Debilidades y fortalezas”, *Revista de Educación*, núm. 367, pp. 36-62. DOI: 10.4438/1988-592X-RE-2015-367-282
- Rigo, Mirela; Páez, David Alfonso y Gómez, Bernardo (2010). “Prácticas metacognitivas que el profesor de nivel básico promueve en sus clases ordinarias de matemáticas: un marco interpretativo”, *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 28, núm. 3, pp. 405-416.
- Rojas, Francisco y Deulofeu, Jordi (2015). “El formador de profesores de matemática: un análisis de las percepciones de sus prácticas instruccionales desde la «tensión» estudiante-formador”, *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 33, núm. 1, pp. 47-61. DOI: 10.5565/rev/ensciencias.132
- Seckel, María José y Font, Vicenç (2020). “Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática”, *MAGIS. Revista Internacional de Investigación en Educación*, vol. 12, núm. 25, pp. 127-144. DOI: 10.11144/Javeriana.m12-25.crfp
- SEP (2017). *Plan y programas de estudio para la educación básica. Aprendizajes clave para la educación integral*, Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.

- Shulman, Lee (1987). "Knowledge and teaching: foundations of the new reform", *Harvard Educational Review*, vol. 57, núm. 1, pp. 1-22.
- Sosa, Leticia (2012). "Conocimiento del profesor para la enseñanza de las matemáticas. Contribución teórica al conocimiento del contenido y estudiantes", en Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 25, Ciudad de México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, pp. 1159-1174.
- Vasilachis, Irene (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*, Barcelona: Gedisa.
- Vergnaud, Gérard (2013). *El niño, las matemáticas y la realidad*, Ciudad de México: Trillas.
- Zopf, Deborah Ann (2010). *Mathematical knowledge for teaching teachers: The mathematical work of and knowledge entailed by teacher education*, tesis de doctorado, Ann Arbor: University of Michigan.

**Artículo recibido:** 5 de junio de 2020  
**Dictaminado:** 16 de marzo de 2021  
**Segunda versión:** 12 de abril de 2021  
**Aceptado:** 26 de abril de 2021