

# SURGIMIENTO DEL LENGUAJE PROBABILÍSTICO EN EL AULA DE EDUCACIÓN PRIMARIA

## EMERGENCE OF THE PROBABILISTIC LANGUAGE IN THE PRIMARY EDUCATION CLASSROOM

## EMERGÊNCIA DA LINGUAGEM PROBABILÍSTICA NA SALA DE AULA DE EDUCAÇÃO PRIMÁRIA

**Claudia Vásquez Ortiz**

Pontificia Universidad Católica de Chile  
cavasque@uc.cl

### Resumen

En este trabajo se presenta un análisis de cómo estudiantes de un segundo año de primaria se aproximan a la probabilidad de ocurrencia de un suceso por medio del uso de términos y expresiones que constituyen una escala cualitativa de los grados de posibilidad de ocurrencia de un suceso. Para ello, este estudio se focaliza en el lenguaje probabilístico, empleado por los estudiantes, entendido como un lenguaje preciso y especializado que permite expresar de forma cualitativa la probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso, el cual a su vez constituye un soporte para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Con este propósito, se implementó un conjunto de tareas probabilísticas a través de las cuales se pretende acceder al lenguaje probabilístico que usan los estudiantes de los primeros años de Educación Primaria al verse enfrentados a situaciones de incertidumbre. Esto permitió analizar y describir cómo emergen los primeros elementos lingüísticos asociados a la probabilidad durante un proceso de instrucción. Los resultados muestran un fuerte predominio de términos y expresiones verbales provenientes del lenguaje común vinculadas principalmente al significado intuitivo de la probabilidad, que transitan hacia conceptos de corte probabilístico. Se finaliza con la propuesta de un conjunto de fases para promover la adquisición y desarrollo de la alfabetización probabilística en Educación Primaria.

**Palabras clave:** Posibilidad, Tarea probabilística, Probabilidad, Alfabetización probabilística.

### Abstract

This paper presents an analysis of how students of a second basic year approach the probability of occurrence of an event through the use of terms and expressions that constitute a qualitative scale of the degrees of possibility of occurrence of an event. For this, this study focuses on probabilistic language, used by students, understood as a precise and specialized language that allows the qualitative expression of the probability of occurrence of a certain event, which in turn constitutes a support for the development of probabilistic literacy. With this purpose, a set of probabilistic tasks was implemented through which it is intended to access the probabilistic language used by the students of the first years of Primary Education when faced with situations of uncertainty. This allowed us to analyze and describe how the first linguistic elements associated with probability emerge during a process of instruction with students of Primary Education. The results show a strong predominance of terms and verbal expressions coming from the common language linked mainly to the intuitive meaning of probability, which move towards

probabilistic concepts. It ends with the proposal of a set of phases to promote the acquisition and development of probabilistic literacy in Primary Education.

**Key words:** Possibility, Probabilistic task, Probability, Probabilistic literacy.

## Resumo

Este artigo apresenta uma análise de como estudantes de um segundo ano básico abordam a probabilidade de ocorrência de um evento através do uso de termos e expressões que constituem uma escala qualitativa dos graus de possibilidade de ocorrência de um evento. Para tanto, este estudo enfoca a linguagem probabilística, utilizada pelos estudantes, entendida como uma linguagem precisa e especializada que permite a expressão qualitativa da probabilidade de ocorrência de determinado evento, que por sua vez constitui um suporte para o desenvolvimento da alfabetização probabilística. Com este propósito, foi implementado um conjunto de tarefas probabilísticas, através do qual se pretende acessar a linguagem probabilística utilizada pelos alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental diante de situações de incerteza. Isso nos permitiu analisar e descrever como os primeiros elementos linguísticos associados à probabilidade emergem durante um processo de instrução com os alunos do Ensino Fundamental. Os resultados mostram um forte predomínio de termos e expressões verbais oriundos da linguagem comum, ligados principalmente ao sentido intuitivo de probabilidade, que caminham em direção a conceitos probabilísticos. Termina com a proposta de um conjunto de fases para promover a aquisição e desenvolvimento da alfabetização probabilística no Ensino Fundamental.

**Palavras-chave:** Possibilidade, tarefa probabilística, Probabilidade, alfabetização probabilística.

## Introducción

La necesidad de desarrollar la alfabetización probabilística desde las primeras edades ha cobrado relevancia durante las últimas décadas producto de su utilidad y aplicabilidad en diversos campos del conocimiento, al proporcionar modelos probabilísticos para medir la incertidumbre. Asimismo, el aprendizaje de la probabilidad contribuye al desarrollo de un pensamiento crítico que permite a los ciudadanos comprender y comunicar distintos tipos de información presentes en numerosas situaciones de la vida diaria en las que los fenómenos aleatorios, el azar y la incertidumbre están presentes. Por tanto, surge la necesidad de contar con ciudadanos alfabetizados probabilísticamente, desde temprana edad, es decir, ciudadanos “capaces de hacer frente a una amplia gama de situaciones del mundo real que implican la interpretación o la generación de mensajes probabilísticos, así como la toma de decisiones” (GAL, 2005, p. 40). Es en este sentido que el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) incluyó de manera inicial a “Datos y Azar” como área temática en Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics (NCTM, 1989), reforzando, posteriormente, esta iniciativa en los Principles and Standard for School Mathematics (NCTM, 2000) los cuales enfatizan la necesidad de contar con programas de enseñanza orientados a desarrollar los conocimientos, capacidades y actitudes necesarias para desenvolverse adecuada y críticamente en situaciones en que la incertidumbre esta presente. Con este propósito, los principios y estándares recomiendan que el estudio de la probabilidad sea abordado de manera temprana a partir del nivel Pre-K (tres años) en

todos los niveles de manera gradual y progresiva con un fuerte desarrollo de los conceptos y procedimientos involucrados, de modo que al finalizar la etapa escolar los estudiantes cuenten con un sólido conocimiento probabilístico.

Chile no es ajeno a esta necesidad científica, profesional y social, por ello ya en el año 2009, en el Ajuste Curricular realizado por el Ministerio de Educación, se incorpora por primera vez el estudio de la probabilidad en el currículo de Educación Primaria, a partir de los 10 años de edad (MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2009). Posteriormente, se propone adelantar su estudio incluyendo para ello el eje de “datos y probabilidades” en las Bases Curriculares, donde la probabilidad se presenta desde primer año básico (6 años de edad), de manera progresiva a largo de todo el currículo escolar, ya sea implícita o explícitamente, con el propósito de que “todos los estudiantes se inicien en temas relacionados con las probabilidades” (MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2012, p. 5), y de este modo abordar parte de los objetivos generales propuestos en la Ley General de Educación para la Educación Primaria, referidos explícitamente a que:

“los educandos desarrollen los conocimientos, habilidades y actitudes que les permitan: pensar en forma reflexiva, evaluando y utilizando información y conocimientos, de manera sistemática y metódica, para la formulación de proyectos y resolución de problemas; comprender y utilizar conceptos y procedimientos matemáticos básicos en la resolución de problemas cotidianos, y apreciar el aporte de la matemática para entender y actuar en el mundo” (MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2009, LGE, artículo 29, p. 10).

Pero, ¿cómo enseñar probabilidad en Educación Primaria?, ¿cómo fomentar una enseñanza eficaz de la probabilidad en Educación Primaria que permita desarrollar la alfabetización probabilística? Se asume por enseñanza eficaz el conjunto de experiencias individuales y colectivas que permitan a los estudiantes (NCTM, 2015, p. 9):

1. Comprometerse con tareas desafiantes que impliquen construir sentidos significativos y que apoyen el aprendizaje significativo;
2. Vincular el nuevo aprendizaje con el conocimiento previo y con el razonamiento informal, así como contrarrestar conceptos erróneos y preconcebidos durante el proceso;
3. Adquirir conocimientos conceptuales y procedimentales, de manera que puedan organizar en forma significativa su conocimiento, adquirir nuevo conocimiento y transferir y aplicar el conocimiento a nuevas situaciones;
4. Construir socialmente el conocimiento a través del discurso, la actividad y la interacción relacionadas con problemas significativos;
5. Recibir una retroalimentación descriptiva y oportuna, de manera que ésta pueda reflejar y revisar su trabajo, razonamiento y comprensión;
6. Desarrollar conciencia metacognitiva de sí mismos como educandos, pensadores y solucionadores de problemas, y aprender a supervisar su aprendizaje y desempeño;

Experiencias a través de las cuales el profesorado debe ser capaz de que los estudiantes alcancen una alfabetización probabilística, entendida esta desde la perspectiva de Iddo Gal como la capacidad de acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real.

Desde este marco, y en sintonía con los planteamientos del NCTM (2000) y de acuerdo con Vásquez y Alsina (2017), el aprendizaje de la probabilidad en las primeras

edades debe iniciarse de manera informal introduciendo vocabulario vinculado a las nociones de probabilidad por medio de actividades o situaciones problemas centradas en los juicios que emiten los estudiantes en base a sus propias experiencias, llevándoles a responder preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de sucesos, cuyas respuestas consideren el empleo de términos tales como: seguro, probable o imposible. Por tanto, el lenguaje asociado a lo cotidiano constituye un elemento clave para alcanzar una progresión hacia un lenguaje probabilístico y avanzar así en la construcción del conocimiento probabilístico, sobre todo si consideramos que en muchas ocasiones “utilizar el lenguaje matemático puede ser una barrera para el aprendizaje de los estudiantes debido a los requerimientos y convenciones específicas necesarias para expresar los conceptos matemáticos” (LEE, 2010, p. 19). Por tanto, dado el estrecho vínculo existente entre las expresiones de uso común y el lenguaje probabilístico, es que los primeros elementos lingüísticos que sustentan dicho lenguaje resultan ser un elemento fundamental para el estudio de la probabilidad, sobre todo en los primeros niveles educativos. Sobretudo si consideramos que muchos de los términos y expresiones utilizados para comunicar ideas y conceptos referidos al azar y probabilidad son utilizadas en muchas ocasiones en contextos cotidianos y con un significado, muchas veces, diferente, lo que puede traer consigo ambigüedad y dificultar el aprendizaje generando ciertos sesgos probabilísticos asociados a un incorrecto uso del lenguaje (ZIEFFLER y FRY, 2015).

Por tanto, resulta crucial preguntarse acerca de ¿qué lenguaje usan los estudiantes de Educación Primaria al referirse a situaciones de incertidumbre?, de manera mas concreta, ¿cómo usan el lenguaje probabilístico los estudiantes de Educación Primaria cuando se ven enfrentados a situaciones de incertidumbre?. Con la finalidad de dar respuesta a este interrogante, en este trabajo se describe y analiza cómo emergen los primeros elementos lingüísticos vinculados al azar y la probabilidad en Educación Primaria. Para ello, se realizó un estudio exploratorio, por medio de la observación no participante, de un proceso de instrucción con estudiantes de un segundo curso de Educación Primaria (7-8 años aproximadamente) que no han recibido instrucción previa sobre el tema.

## **La alfabetización probabilística en Educación Primaria**

En los currículos de diversos países (e.g. NCTM, 1989; NCTM, 2000; MEC, 2007) se evidencia una fuerte tendencia por incorporar el estudio de la probabilidad de manera temprana, progresiva y continua a lo largo de todo el currículo escolar, con el propósito de que al finalizar la Educación Secundaria los estudiantes tengan un sólido conocimiento probabilístico que facilite el desarrollo de un pensamiento crítico, que les permita comprender y comunicar distintos tipos de información presentes en numerosas situaciones de la vida diaria en que los fenómenos aleatorios, el azar y la incertidumbre están presentes. En definitiva, se trata de entregar a los estudiantes las herramientas necesarias para desarrollar y alcanzar una alfabetización probabilística, entendida como “la capacidad de acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real” (GAL, 2012, p. 4).

Chile, en respuesta a esta necesidad, incorpora en el año 2009 de manera explícita el eje temático de “datos y azar” en el currículo de Educación Primaria, donde la probabilidad es abordada desde quinto año básico en adelante (10 a 11 años de edad). Posteriormente, se propone adelantar su estudio, incluyendo para ello el eje de “datos y probabilidades” en las actuales Bases Curriculares del año 2012, donde la probabilidad se

presenta desde primer año básico (6 años de edad) y de manera progresiva hasta finalizar la Educación Secundaria. Así, los contenidos vinculados al estudio de la probabilidad se presentan con un nivel de atención similar al de los demás ejes temáticos y de forma continua y gradual a lo largo de todo el currículo escolar (Figura 1), con lo que se busca dar respuesta a las distintas necesidades presentes en cada una de las distintas etapas de la formación escolar.

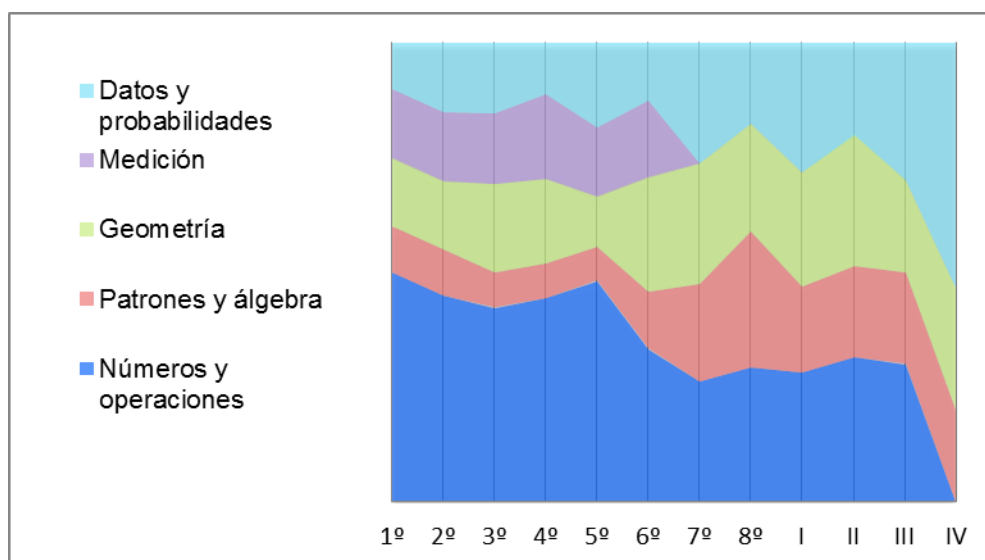


Figura 1 – Nivel de atención que deberían recibir en Chile los ejes temáticos desde primer año básico a cuarto año medio.

En lo que respecta a la enseñanza de la probabilidad en la Educación Primaria se plantean diversos objetivos de aprendizaje (Cuadro 1), que apuntan a desarrollar los conocimientos y habilidades necesarios para una adecuada comprensión de la probabilidad, abordando para ello conceptos básicos y distintas aplicaciones de las probabilidades que deben permitir establecer, de manera progresiva, conexiones entre las matemáticas y otros ámbitos del saber, así como con experiencias de la vida diaria. De esta forma, al finalizar la formación escolar, los estudiantes podrán poseer una sólida formación en lo que se refiere al análisis de datos y probabilidad.

Cuadro 1: Síntesis de los objetivos de aprendizaje en relación al tema de probabilidad en Educación Primaria (MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2012; 2013)

Curso	Objetivo de Aprendizaje
1º Educación Primaria	- Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre sí mismo y el entorno, usando bloques, tablas de conteo y pictogramas. - Construir, leer e interpretar pictogramas.
2º Educación Primaria	- Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados, usando bloques y tablas de conteo y pictogramas. - Registrar en tablas y gráficos de barra simple, resultados de juegos aleatorios con dados y monedas.
3º	- Registrar y ordenar datos obtenidos de juegos aleatorios con

Educación Primaria	datos y monedas, encontrando el menor, el mayor y estimando el punto medio entre ambos.
4º Educación Primaria	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos, y tabular y representar mediante gráficos de manera manual y/o con software educativo.</li> <li>- Realizar encuestas, analizar los datos y comparar con los resultados de muestras aleatorias, usando tablas y gráficos.</li> </ul>
5º Educación Primaria	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento en base a un experimento aleatorio, empleando los términos seguro - posible - poco posible - imposible.</li> <li>- Comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas.</li> <li>- Utilizar diagramas de tallo y hojas para representar datos provenientes de muestras aleatorias.</li> </ul>
6º Educación Primaria	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando software educativo.</li> </ul>
7º Educación Primaria	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con software educativo: estimándolas de manera intuitiva, utilizando frecuencias relativas, relacionándolas con razones, fracciones o porcentaje.</li> <li>- Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con software educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos.</li> </ul>
8º Educación Primaria	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Explicar el principio combinatorio multiplicativo: a partir de situaciones concretas, representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con software educativo, utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto.</li> </ul>

Como se observa en el cuadro anterior, el estudio de la probabilidad se inicia a partir del trabajo con datos, tablas y gráficos, para luego seguir con el desarrollo de experimentos aleatorios que darán paso a describir la probabilidad a partir de una escala cualitativa que involucra grados de posibilidad de ocurrencia de sucesos provenientes de situaciones cotidianas diversas. Desde este planteamiento, las ideas probabilísticas deben ser abordadas de manera informal vinculándolas a situaciones provenientes de un contexto cotidiano, propiciando el uso de un lenguaje cotidiano e informal propio, que permita introducir y resaltar nociones de probabilidad necesarias para que los estudiantes avancen progresivamente hacia una comprensión y aplicación de los conceptos básicos de probabilidad. En los niveles posteriores se prosigue con la comparación de probabilidades, pero sin calcularlas, a partir de conjeturas acerca de las tendencias de resultados obtenidos de un mismo experimento, que se pretende que los estudiantes lleguen a estimar la probabilidad teórica de un evento. Para que en los últimos años de Educación Primaria procedan con el estudio de la probabilidad asociada a frecuencias relativas de ocurrencia de eventos, que se estabilizan acercándose cada vez más a la probabilidad de ocurrencia del suceso, para así dar paso a distintos tipos de representar numéricamente dicha probabilidad. Finalizando la Educación Primaria, con el principio combinatorio multiplicativo y sus representaciones como una herramienta para determinar el espacio muestral de un suceso y para el cálculo de probabilidades.

En definitiva, en lo que respecta al tratamiento de la probabilidad en el currículo escolar chileno, se observa un fuerte predominio del trabajo con situaciones cotidianas en las que emergen o están presentes los conceptos posible, seguro, imposible, etc., para luego continuar con un enfoque frecuentista de la probabilidad (VÁSQUEZ Y ALSINA, 2014). Desde esta perspectiva es central que el profesor implemente “tareas probabilísticas” que permitan a sus estudiantes construir nuevo conocimiento, asociado al azar y la probabilidad, para estimular así el desarrollo del razonamiento probabilístico por medio de la exploración y reflexión en torno a la resolución de problemas en los que la incertidumbre está presente. Tales tareas son entendidas como aquellas que muestran y relacionan (articulan) los diferentes significados de la probabilidad (intuitivo, subjetivo, frecuencial, laplaciano y axiomático) y en las cuales los estudiantes deben tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, vinculando sus conocimientos e ideas y experiencias previas con el desarrollo de razonamiento probabilístico. Asimismo, este tipo de tareas debe ser desafiantes y permitir contrarrestar, los sesgos de razonamiento probabilístico más frecuentes (e.g. heurística de la representatividad, sesgo equiprobabilidad, enfoque en resultado aislado, etc.).

En los primeros años de escolaridad estas tareas probabilísticas deben estar fuertemente ligadas a las situaciones de vida cotidiana, por tanto el profesor debe proponer tareas, en las que los estudiantes evoquen sus conocimientos y experiencias previas para construir conocimiento probabilístico. Dicho conocimiento dada su naturaleza intuitiva (en una primera etapa) se encuentra ligado al lenguaje cotidiano, el cual permitirá que afloren las primeras nociones probabilísticas para dar paso al “lenguaje probabilístico” entendido como un lenguaje preciso y especializado – preciso en el sentido de que se vincula a la escala cualitativa de posibilidades de ocurrencia de un suceso y especializado porque denota conocimientos especiales en relación al azar y probabilidad – que los estudiantes deben utilizar para comunicarse en torno a ideas, conceptos o procedimientos vinculados con el azar y probabilidad.

Por tanto, dado el estrecho vínculo existente entre las expresiones de uso común y el lenguaje probabilístico utilizado por los estudiantes para expresar de forma cualitativa la probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso, es que los primeros elementos lingüísticos resultan ser un elemento fundamental para el estudio de la probabilidad en los primeros niveles educativos y por ende, para el desarrollo de la alfabetización probabilística.

De acuerdo con los componentes básicos del modelo de alfabetización probabilística (Cuadro 2 y 3) propuesto por Gal (2005), consideramos que este lenguaje cotidiano e informal vinculado al significado intuitivo de la probabilidad constituye un elemento de base para construir una conexión con el lenguaje probabilístico, que permitirá que los estudiantes comiencen a utilizar un lenguaje preciso y especializado para expresar de forma cualitativa la probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso.

Cuadro 2: Elementos cognitivos de la alfabetización probabilística (GAL, 2005).

Elementos cognitivos	Conocimientos
Grandes ideas de probabilidad: Variabilidad, aleatoriedad, independencia, predicción/incertidumbre.	La alfabetización probabilística es una construcción dinámica y relativa. Es posible distinguir distintos focos de variabilidad, que generan distintos tipos de incertidumbre: medición, natural, inducida y muestral. La aleatoriedad es una construcción resbaladiza que ha sido debatida por muchos estadistas (un posible punto de vista es que el azar es una característica de un resultado).

	La independencia implica que los eventos son inconexos y un evento no se puede predecir de otro. La predicción y la incertidumbre se relacionan con el estado de nuestro conocimiento general acerca de la probabilidad de un determinado evento.
Asignación de probabilidades: formas de encontrar o estimar la probabilidad de ocurrencia de un evento.	Para calcular probabilidades, los estudiantes deben estar familiarizados con la manera de encontrar probabilidad de eventos, con el fin de entender estados probabilísticos realizados por otros, para generar estimaciones sobre la probabilidad de eventos y comunicarse acerca de ellos. Aquí es donde los puntos de vista de probabilidad clásica, frecuentista y subjetiva son útiles.
Lenguaje: los términos y los métodos utilizados para comunicar el azar	Los estudiantes deben entender el "lenguaje probabilístico", es decir, las diversas formas que se utilizan para representar y comunicar el azar y la probabilidad. La probabilidad de eventos se puede representar cuantitativamente por múltiples sistemas, como en una escala de 0-1, fracciones (por ejemplo, 50/50), porcentajes, proporciones, etc., así como gráficamente. Por lo tanto, una expectativa básica es que los estudiantes entiendan la intercambiabilidad de diferentes representaciones y se sientan cómodos moviéndose entre ellas.
Contexto: La comprensión del papel y las implicaciones de los problemas probabilísticos y mensajes en diferentes contextos y en el discurso personal/público.	Los conocimientos relativos al contexto son necesarios tanto desde el punto de vista funcional como educativo. La comprensión de que el azar y la aleatoriedad no afectarán a los acontecimientos y procesos del mundo real permite a las personas prever que ciertos eventos serán más predecibles, mientras que otros no tanto.
Preguntas críticas: Cuestiones para reflexionar cuando se trata de probabilidades.	Los estudiantes deben saber qué preguntas críticas realizar cuando se encuentran con una declaración de probabilidad o certeza, o cuando tienen que generar una estimación probabilística. Las preguntas deberían referirse a 5 elementos: el contexto (¿en qué medida implica aleatoriedad?); la fuente (¿quién hace una demanda probabilística?); el proceso (¿qué tipo de análisis se usa?); el significado del mensaje (¿qué indica la afirmación probabilística?); y la interpretación reflexiva (¿qué cuestiona el mensaje y cómo se interpreta?)

Cuadro 3: Elementos disposicionales de la alfabetización probabilística (GAL, 2002)

Elementos disposicionales	Actitudes
Postura crítica.	Los mensajes cuantitativos que pueden ser engañosos, unilaterales, sesgados o incompletos (ya sea intencionalmente o no) deberían generar una actitud de cuestionamiento. Es, pues, necesario aprender progresivamente a invocar de forma espontánea la lista de preguntas que generan incertidumbre frente a argumentos que pretenden basarse



	en datos, informes de resultados, conclusiones de encuestas u otras investigaciones empíricas.
Creencias y actitudes.	Se distinguen tres constructos distintos dentro del dominio afectivo en educación matemática: emociones, actitudes y creencias. Es, pues, necesario desarrollar progresivamente una visión positiva de sí mismo como individuo capaz de realizar razonamientos probabilísticos en situaciones de incertidumbre que sean relevantes, más que partir de datos anecdóticos o de experiencias personales.
Los sentimientos personales en relación a la incertidumbre y el riesgo.	El grado de incertidumbre o previsibilidad experimentado puede ser la base de la propia percepción y capacidad para evaluar el riesgo asociado con los eventos o resultados de relevancia para la vida.

Pese a que estos componentes son presentados por separado, todos ellos interactúan entre sí de manera compleja durante el aprendizaje real (GAL, 2005). Esto significa que una instrucción que se centre sólo en uno o dos elementos no será suficiente para desarrollar un "comportamiento alfabetizado de probabilidad".

## Método

Este estudio exploratorio fue realizado bajo un enfoque de investigación cualitativo a través del cual fue posible analizar y describir cómo emergen los primeros elementos lingüísticos asociados a la probabilidad durante un proceso de instrucción con estudiantes de Educación Primaria. Para ello, se registró en vídeo una sesión de clase de 45 minutos de duración en un segundo curso de primaria de una escuela chilena. En el estudio han participado 20 estudiantes cuyas edades fluctúan entre los 7 y 8 años, y que no han recibido instrucción previa sobre el tema probabilidad. El maestro a cargo de la clase tiene especialización en enseñanza de la matemática para la Educación Primaria, además cuenta con 5 años de experiencia en aula y es reconocido por sus pares y estudiantes por la buena calidad de sus clases y el dominio del contenido que enseña. Cabe señalar, que este maestro ha realizado durante los últimos años cursos de formación permanente orientados a la enseñanza de la estadística y probabilidad en la Educación Primaria.

Para describir cómo emergen los primeros elementos lingüísticos ligados al azar y probabilidad, se realizó un análisis de corte cualitativo que consideró los siguientes pasos:

- a) transcripción de la clase grabada en vídeo;
- b) identificación de episodios en los que emergen términos, expresiones orales y escritas asociados al azar y a la probabilidad, que constituyen las unidades de análisis;
- c) categorización de los diversos términos, expresiones orales y escritas, símbolos y representaciones identificados. En este punto, para establecer las categorías de análisis se focaliza en uno de los cinco grandes focos en la adquisición del lenguaje probabilístico descritos por Vásquez y Alsina (2017): verbal, numérico, tabular, gráfico y simbólico. Específicamente, este estudio se centra en lenguaje verbal referido a la diversidad de términos y expresiones verbales utilizados para comunicar el azar y probabilidad. Dentro de este tipo de lenguaje, de acuerdo con Shuard y Rothery (1984), es posible distinguir tres categorías de expresiones utilizadas en la enseñanza de la matemática: a) Expresiones verbales específicas de las matemáticas: son aquellas que no forman parte del lenguaje común y corresponden más bien a un lenguaje técnico de las matemáticas;



Como se observa, gran parte de los estudiantes vinculan el azar con la suerte y con términos que se relacionan a fenómenos que ocurren de manera inesperada, de casualidad. Asimismo, surge el concepto de probabilidad vinculándole, al igual que al azar, con situaciones de vida cotidiana, identificándole como algo inherente a la cotidianidad que sucede de manera repentina e impensable, lo cual también ha sido constado recientemente por Batanero (2015) en estudios con estudiantes de secundaria. Esto no hace mas que demostrar que aunque los estudiantes se encuentren en los primeros cursos de primaria, poseen ideas e intuiciones a priori acerca del azar y probabilidad, siendo capaces de aplicar y conectar éstas ideas con nociones matemáticas. Estas ideas o intuiciones permitirán a los estudiantes cimentar las bases para el estudio de la probabilidad en una manera mas formal en los niveles superiores.

En un segundo momento de la clase, el maestro presenta un conjunto de situaciones en las que los estudiantes deben determinar si interviene o no el azar (Figura 3), con el propósito de que los estudiantes distingan entre un fenómeno determinista y uno aleatorio, pues de acuerdo con Batanero (2013) para una comprensión adecuada de la probabilidad, es necesario que los estudiantes sean capaces de diferenciar las situaciones aleatorias y deterministas, es decir, de apreciar algunas características básicas de la aleatoriedad.

Aun cuando los estudiantes se encuentran en un segundo curso de primaria y no han recibido instrucción previa sobre este tema, logran diferenciar entre un fenómeno aleatorio y uno determinista.

Para finalizar la clase, el profesor propone un conjunto de situaciones por medio de fichas en las que interviene el azar (Figura 4), en el sentido de que, aun existiendo algunos patrones de comportamiento, resulta imposible predecir una situación futura con toda seguridad.



Figura 3 – Situaciones para distinguir entre fenómenos deterministas de los aleatorios.

Una de las situaciones propuesta es la siguiente: “Supongamos que nos interesa saber si mañana tendremos un día lluvioso” y luego les solicita que expresen qué tan posible es que esto suceda. Algunos estudiantes señalan que la respuesta “depende de

muchos factores” como por ejemplo el clima del lugar, la estación del año, el tiempo del día de hoy, etc. En este momento el profesor hace hincapié en que estos “factores” pueden llevar a asignar distintos grados de posibilidad de ocurrencia de este suceso, y es aquí donde plantea ciertos posibles escenarios, para situar sus respuestas. Por ejemplo: *“Si estos últimos días han sido lluviosos y nos encontramos en el mes de junio, ¿será posible que mañana sea un día lluvioso?”*



Figura 4 – Algunas de las fichas utilizadas para establecer posibilidades de ocurrencia.

Luego, el profesor pide a los estudiantes que realicen algunas predicciones, con el objeto de que identifiquen diferentes grados de posibilidad de que ocurra un determinado suceso y posteriormente, con base en la diversidad de expresiones dadas por los propios estudiantes, llegar a establecer una escala cualitativa que permita valorar las oportunidades de ocurrencia de un conjunto de situaciones dado.

De este modo, a partir de diversas suposiciones de contextos diversos comienzan a emerger los primeros elementos lingüísticos por medio de expresiones tales como: imposible, más posible, menos posible, etc. Lo que lleva a los estudiantes guiados por el profesor identifiquen grados de posibilidad de ocurrencia que pueden ir desde lo imposible hasta lo seguro (Figura 5).

Es aquí donde es posible evidenciar, a partir de las respuesta y de los términos y expresiones verbales que surgen, que los estudiantes manejan de manera implícita el concepto de variabilidad asociado este, en este caso, al número de días lluviosos de cada temporada. Identificando claramente la variabilidad a los diversos “factores” que influyen en los fenómenos meteorológicos, puesto que se dan cuenta de que sus respuestas van a depender de condiciones particulares asociadas a cada una de las situaciones planteadas, lo que origina la incerteza en poder predecir un acontecimiento futuro con toda seguridad.

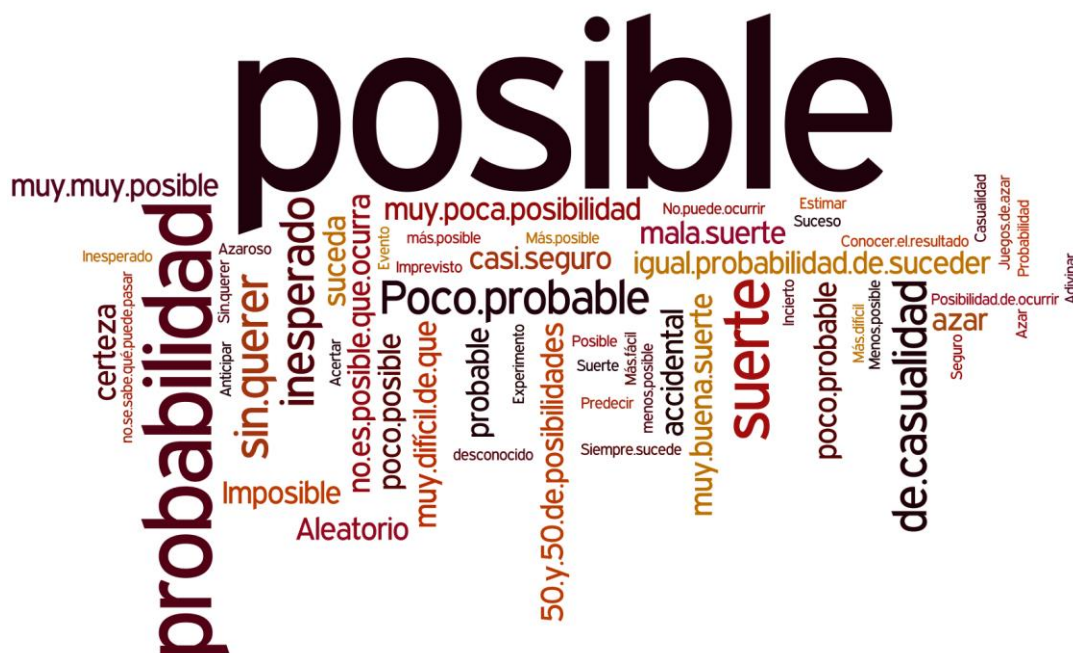


Figura 5 – Términos y expresiones verbales que surgen de los estudiantes referidas al azar y la probabilidad.

De igual manera, se observa que los estudiantes de este segundo año de Educación Primaria reconocen que algunas cosas son seguras que pasen mientras otras son imposibles, comenzando de este modo, a desarrollar las nociones de más probable y menos probable en contextos cotidianos variados. Por último, se evidencia que los términos y expresiones identificadas se vinculan principalmente a la categoría de expresiones comunes, cuyos significados son muy próximos tanto en el contexto matemático como en el cotidiano, lo que concuerda con las orientaciones curriculares nacionales y la edad de los estudiantes.

### Consideraciones finales

A partir del análisis realizado, se observa un fuerte predominio del lenguaje verbal y cotidiano en la introducción de las primeras nociones y conceptos básicos sobre el azar y la probabilidad. Este dato coincide, a grandes rasgos, tanto con las orientaciones curriculares vigentes (MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2012; NCTM, 2000) como con diversos trabajos que han señalado las fases de adquisición de los conocimientos probabilísticos en las primeras etapas educativas (VÁSQUEZ, 2016). En estos trabajos se señala que la primera fase de adquisición de conocimientos probabilísticos se caracteriza por la adquisición de lenguaje probabilístico elemental asociado al significado intuitivo de la probabilidad. Lo anterior, propicia el desarrollo progresivo de la alfabetización probabilística al cimentar el camino para la adquisición del pensamiento probabilístico por medio de la construcción de conocimiento matemático en situaciones donde este tenga sentido, así como a través de la experimentación, intuición y capacidad para relacionar y abstraer conceptos. También fue posible observar, en concordancia con el planteamiento de las orientaciones curriculares nacionales e internacionales, cómo los estudiantes van avanzando hacia la adquisición de nuevos conceptos vinculados al azar y a la probabilidad (lenguaje más específico) a partir de sus intuiciones e ideas previas (lenguaje cotidiano común). Desde esta perspectiva, este análisis sugiere que en el momento de iniciar el estudio de la probabilidad se considere el desarrollo de las primeras nociones y

elementos de aproximación hacia la adquisición y el desarrollo del lenguaje probabilístico. En otras palabras, los conceptos de probabilidad son conceptos complejos con un alto grado de abstracción, por lo que es necesario avanzar de manera gradual hacia la comprensión adecuada del lenguaje específico de la probabilidad para así comenzar a comprender la probabilidad como una medida de la posibilidad de ocurrencia de un evento, de modo que los estudiantes puedan traducir sus ideas y nociones intuitivas, ligadas al lenguaje probabilístico temprano, de seguro, probable, improbable o imposible en representaciones cuantitativas; y de este modo aproximarse a la cuantificación de la incerteza, y finalmente al cálculo de probabilidades en los últimos cursos de Educación Primaria.

En consecuencia, a partir de este y otros estudios, y en sintonía con lo propuesto por Godino, Batanero y Cañizares (1987), en este artículo se propone que para alcanzar una enseñanza eficaz de la probabilidad en el aula de Educación Primaria, es decir, que fomente el desarrollo de la alfabetización probabilística, es necesario considerar distintas fases de adquisición, en las que se entrelazan conocimientos matemáticos de distinta naturaleza. El diagrama siguiente esquematiza cinco fases que permiten entregar una primera propuesta para promover la adquisición y desarrollo de la alfabetización probabilística en Educación Primaria:

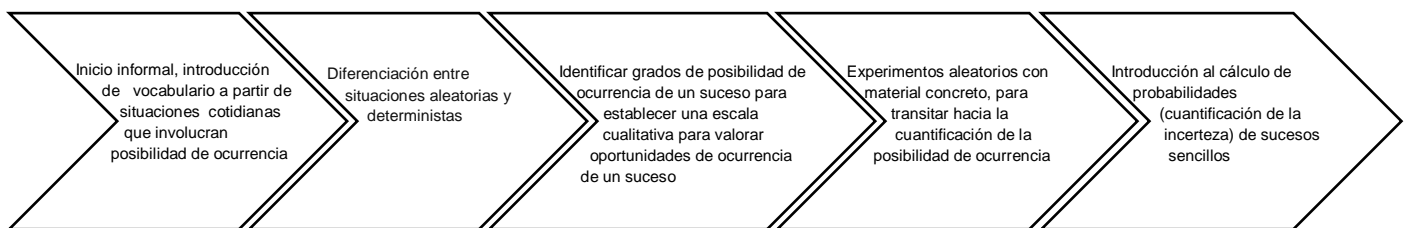


Figura 6 – Fases para promover la adquisición y desarrollo de la alfabetización probabilística en Educación Primaria.

Como se observa, un punto fundamental es el lenguaje probabilístico, ya que se refiere a aquellos términos de uso común para referirse a la incertidumbre y expresar por medio de frases coloquiales la cuantificación y el grado de creencia en relación con sucesos inciertos. Por ello, se recomienda enfatizar el aprendizaje a partir de tareas probabilísticas que consideren situaciones cotidianas en las que emergen o están presentes los conceptos “posible”, “seguro”, “imposible”, etc. (VÁSQUEZ Y ALSINA, 2014). Más aún si consideramos que el lenguaje verbal desempeña un rol fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática (NCTM, 2015), especialmente para el caso de la probabilidad y su estudio en las primeras edades, debido a la estrecha relación existente entre las expresiones de uso común y el lenguaje de corte matemático o probabilístico. Lo que en muchas ocasiones provoca que el lenguaje probabilístico sea utilizado de manera inadecuada, desencadenando dificultades para resolver problemas que involucran situaciones probabilísticas, dificultades que pueden llegar a persistir en temas más avanzados de probabilidad (JONES, LANGRALL Y MOONEY, 2007). Por ello, es importante que los estudiantes tengan experiencias que ayuden a apreciar el poder y la precisión del lenguaje probabilístico. No obstante, “es importante evitar una prisa prematura por imponer el lenguaje matemático formal; los estudiantes necesitan desarrollar un aprecio por la necesidad de definiciones precisas y de la potencia comunicativa de los términos matemáticos convencionales a partir de la comunicación con sus propias palabras” (NCTM, 2003, p. 67).

## Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto FONDECYT N° 11150412 financiado por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile.

## Referencias

BATANERO, C. La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación?. EN J. A. FERNANDES, P. F. CORREIA, M. H. MARTINHO, & F. VISEU, (EDS.) **ATAS DO III ENCONTRO DE PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA NA ESCOLA**. BRAGA: CENTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO DA UNIVERSIDADE DO MINHO. p. 1-13, 2013.

Batanero, C. Understanding randomness. Challenges for research and teaching, **Conferencia en el Ninth Congress of European Research in Mathematics Education, CERME 9**. Praga, Febrero, 2015.

GAL, I. Adults' Statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, n. 70, p. 1-25, 2002.

GAL, I. Developing probability literacy: needs and pressures stemming from frameworks of adult competencies and mathematics curricula. En S.J. Cho (Ed.), **Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education**, p. 1-7, 2012.

GAL, I. Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (Ed.), **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. Kluwer Academic Publishers, p. 43-71, 2005.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y Probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares**. Madrid: Editorial Síntesis, 1987.

JONES, G.A.; LANGRALL, C.W.; MOONEY, E.S. Research in probability: responding to classroom realities. In F.K. Lester Jr. (Ed.), **The second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics**. Charlotte, NC: Information Age Publishing. p. 909- 95, 2007.

LEE, C. **El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas**. Madrid: Morata, 2010.

MEC. **Real Decreto 1513/2007, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria**. España: Ministerio de Educación y Cultura, 2007.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN. **Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática**. Unidad de Curriculum y Evaluación: Santiago de Chile, 2012.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN. **Bases Curriculares 2013: Séptimo y Octavo año de Educación Básica Matemática**. Unidad de Curriculum y Evaluación: Santiago de Chile, 2013.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN. **Ley General de Educación**. Unidad de Curriculum y Evaluación: Santiago de Chile, 2009.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 1989.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos**. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics, 2015.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics (Trad. Castellana, Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2003).New York: Springer-Verlag, 2003.

SHUARD, H.; ROTHERY, A. **Children reading mathematics**. Londres: Murray, 1984.

VÁSQUEZ, C. Bolas, fichas, monedas ... ¿Cómo podemos ir introduciendo la probabilidad en primaria? **Aula de Innovación Educativa**, Barcelona, n. 251, p. 23-27, 2016.

VÁSQUEZ, C.; ALSINA, A. Enseñanza de la Probabilidad en Educación Primaria. Un Desafío para la Formación Inicial y Continua del Profesorado. **Números**, n. 85, p. 5-23, 2014.

VÁSQUEZ, C.; ALSINA, A. Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. **Bolema**, v. 31, n. 57, p. 454-478, 2017.

ZIEFFLER, A.; FRY, E. **Reasoning About Uncertainty: Learning and Teaching Informal Inferential Reasoning Minneapolis**. Minnesota: Catalyst Press, 2015.

Submissão: 12/11/2017

Aceite: 20/03/2018