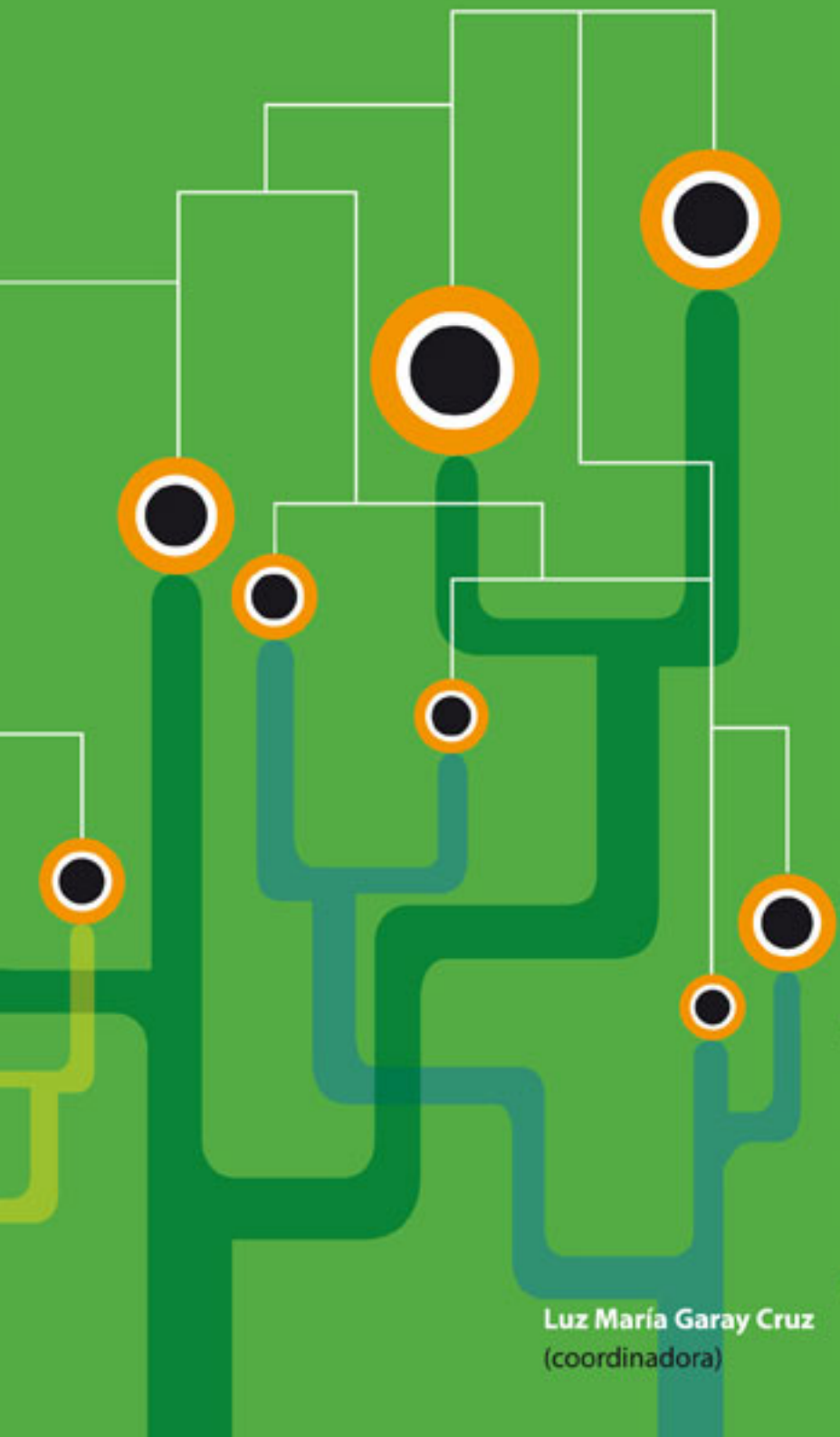


UNIVERSIDAD PEDAGÓGICANACIONAL

Tecnologías de información y comunicación

Horizontes interdisciplinarios y temas de investigación

Luz María Garay Cruz
(coordinadora)



RECURSOS TECNOLÓGICOS EN LA ESCUELA Y LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

VERÓNICA HOYOS AGUILAR*

De acuerdo con Cobo (2009), en su artículo publicado con el título: Aprendizaje colaborativo. Nuevos modelos para usos educativos, explica que entre las ventajas de la incorporación de la tecnología en la educación se encuentran las que permiten una cobertura más amplia y el acceso a un número cada vez mayor de nuevos recursos, extendiendo así las posibilidades de enriquecimiento del proceso de aprendizaje (Cobo, *cit.* En Garay, 2009).

En el capítulo que corresponde a su intervención en esta obra, Cobo aborda las características de una larga lista de herramientas tecnológicas (diversidad de artefactos e Internet) que pueden utilizarse en el salón de clase. Desde su punto de vista, la educación es una de las disciplinas que más se han beneficiado con la irrupción de las nuevas tecnologías, especialmente a partir del advenimiento de la Web 2.0., pues esto ha permitido el acceso a una buena cantidad de software libre y la posibilidad de incrementar competencias y habilidades sociales, como la intercreatividad y el aprendizaje colaborativo.

* Área de Tecnologías de la Información y Modelos Alternativos, UPN.

Sin embargo, como el mismo autor plantea, la constante y rápida renovación del conocimiento, acrecentado por el advenimiento de tales tecnologías, demanda nuevas habilidades y destrezas del educando. Lo que redundará en el planteamiento de grandes retos al docente, para estar al tanto de la existencia de tales recursos tecnológicos, y también para alcanzar una alfabetización tecnológica que le permita incorporar la tecnología en el aula.

Los temas que se van a abordar en este capítulo harán referencia a varios resultados de la investigación en torno de las relaciones entre el uso de los recursos tecnológicos en la escuela, el aprendizaje y la enseñanza, ubicados específicamente en el campo de la educación matemática. En particular, se revisarán brevemente algunas de las investigaciones que han abordado las cuestiones siguientes:

1. ¿Cuál ha sido la influencia de las tecnologías digitales en la escuela, en cuanto al aprendizaje de las matemáticas?
2. ¿Qué piensan los profesores acerca de la utilización de las tecnologías digitales en la clase de matemáticas?
3. ¿De qué maneras concretas utilizan los docentes de matemáticas las tecnologías digitales en sus clases?

I. Influencia de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas

Según Olive y otros autores (2009) a fines de los años 80 y a lo largo de los 90 se generó una gran expectativa en cuanto al potencial de las nuevas tecnologías para transformar las formas en que se aprendían y enseñaban las matemáticas (Howson & Kahane, 1986, citado por Olive *et al*, 2009).

Sin embargo, en opinión de algunos de los diseñadores de software revolucionarios (como S. Papert el creador de LOGO), y en contraposición a sus más caras ambiciones en cuanto al uso de lo que ellos crearon, “las computadoras tan sólo han sido usadas para transferir el currículum tradicional de los impresos a la pantalla de la computadora”

(Kaput, 1992). Incluso sucede que, “los profesores más entendidos y que trabajan ahora en escuelas convencionales, comprenden que lo que están haciendo [con la tecnología] no es lo que desearían hacer” (Papert, 1997, citado por Ruthven, 2007).

En realidad, Papert ve el trabajo cotidiano que realizan los profesores con las computadoras en la escuela, como las semillas a partir de las cuales surgirá el cambio (Ruthven, 2007). En su análisis de las tecnologías en la escuela y su relación con la enseñanza, Ruthven también menciona que las teorías contemporáneas del cambio educativo, como el que involucra la innovación tecnológica, reconocen que estos procesos están moldeados por la elaboración de sentido de los agentes involucrados (Spillane, Reiser & Reimer, 2002, citado por Ruthven, 2007).

Sin embargo, es necesario decir que son pocas las investigaciones que tratan de manera conjunta las cuestiones de la incorporación de la tecnología por parte de los profesores en las prácticas escolares, y cómo esto afecta al aprendizaje de los estudiantes (Zbiek y Hollebrands, 2008). Más bien, estas dos líneas de investigación se han considerado de manera separada, lo que en realidad llama a avanzar en investigaciones en las que se consideren ambos aspectos a la vez.

De cualquier manera, no se puede dar por terminada esta sección sin dejar de revisar algunos de los trabajos más actuales acerca de la influencia de la tecnología en el aprendizaje de los estudiantes. Uno de ellos es el de Olive y colegas (2009), quienes presentan ejemplos de trabajos desarrollados en varios contextos, como son los de geometría dinámica, educación estadística, robótica y juegos digitales, para ejemplificar una alternativa que ellos llaman *de acomodación* de la tecnología en el aula. Tal alternativa ha sido el producto de sus análisis en torno de muchos de los intentos recientes de uso de la tecnología en el salón de clases.

Esto equivaldría a una forma metafórica, en la que Olive y otros autores aplican los procesos de asimilación y acomodación de Piaget, al contexto de la incorporación de la tecnología en la clase de matemáticas. Desde su punto de vista una manera alternativa para lograr

asimilar las tecnologías en la clase tradicional, es la de adaptarlas para generar nuevo conocimiento y prácticas escolares.

Para terminar este apartado, aquí sólo se expondrá a detalle el tipo de nuevas prácticas matemáticas que desarrollan los alumnos en el contexto de utilización de juegos digitales en la clase. En particular interesa presentar este contexto porque es una de las líneas de investigación que se desarrollan en el Área de Tecnologías de la Información y Modelos Alternativos (AA4), de la Universidad Pedagógica Nacional.

*Nuevas prácticas matemáticas en las que se utilizan juegos digitales**

Cabe señalar que Hoyles y Noss (1992) y Olive (2000), han indicado que los niños, inmersos en medios de ambiente computacionales, tienden a escoger situaciones de juego y tratan de evitar el encontrarse con supuestas actividades matemáticas.

Por otro lado, si bien el potencial de los juegos digitales como medios de aprendizaje es ampliamente reconocido (Sanford, 2006), su propagación y aceptación en las escuelas aún no se ha materializado, (Wijekumar, *et al.*, 2005).

Desde un punto de vista práctico, la mayoría de los juegos electrónicos disponibles hasta el momento no son la clase de juegos en los que los educadores encuentran algún valor, ni tampoco les asignarían algún lugar en su enseñanza (MacFarlane, 2005). En un reporte reciente sobre el tema, Sanford (2006) describe algunas de las líneas de trabajo que han seguido los profesores, también indica que existe una necesidad urgente de establecer una mejor comprensión del valor de los juegos en los medios ambientes escolares, y las dificultades que enfrentan los maestros cuando los usan.

* Esta sección, la cual trata sobre los juegos digitales, es una versión en español de una de las partes que componen el trabajo de Olive, y otros autores (2009), y fue específicamente escrita por la Dra. Verónica Hoyos, autora del presente capítulo.

De acuerdo con Wijekumar y otros autores (2005), todavía es necesario realizar trabajos que propicien que los estudiantes pasen de pensar en la computadora como un artefacto para jugar, hacia uno que les sirva para aprender.

A pesar de ello, existen algunas iniciativas educativas que usan juegos para tratar de alentar a los estudiantes a aprender temas específicos, especialmente con la utilización de robots (Fernandes, *et al.*, 2006; Hunscheidt & Koop, 2006); también para promover razonamiento visual y tareas de diseño a través de la utilización de un juego espacial que comprende un kit de construcción (Kahn, *et al.*, 2006); o para explorar el beneficio de utilizar juegos electrónicos de tablero (Rodríguez, 2007) para promover patrones generales de acción, como los que intervienen en la resolución de problemas de matemáticas o de ciencias.

Por ejemplo, en relación con la comprensión del concepto de ángulo en la escuela primaria, Hunscheidt & Koop introdujeron en un salón de clases un pequeño robot sobre ruedas programado para moverse en centímetros, girar en grados y esperar en décimas de segundo (Hunscheidt & Koop, 2006:229). Este artefacto (llamado *Pip*) les permitió a los estudiantes estimar y verificar distancias y ángulos.

Otro trabajo con robots es el de Fernandes, *et al.*, (2006). Ellos usaron robots para que sus alumnos aprendieran funciones en segundo año de secundaria. El contexto que utilizaron fue el de encontrar soluciones al problema de dibujar una gráfica que expresara el movimiento del robot a partir de un punto dado. Los estudiantes levantaron hipótesis, discutieron las posibilidades de las situaciones y finalmente entendieron que la gráfica no estaba relacionada con el traslado de la ruta del robot sino con la relación entre el tiempo y la distancia del movimiento del mismo.

En otra clase de escenarios virtuales, Kahn y otros diseñadores crearon un Juego de Construcción de Viajes en el Espacio (JCVE) para recrear una variedad de juegos similares al *Aterrizaje Lunar* (Kahn, *et al.*, 2006:261). Los autores exploraron la utilidad de estos JCVE con tres

grupos de niños: uno de 11 a 12, otro de 12 a 13 años, y el tercero fue un pequeño grupo de tres estudiantes de 12 a 14 años. Los resultados fueron que los estudiantes empezaron a tener un primer acercamiento a las Leyes de Newton, en la que se mostraron comprometidos con la actividad y experimentaron con los materiales de forma activa. De esta manera, los estudiantes resolvieron las diferentes tareas que se les plantearon usando estrategias iterativas y refinándolas repetidamente. Las evidencias de Kahn (2006) mostraron que surgió de forma espontánea la colaboración, competencia y motivación por parte de los estudiantes a lo largo de la actividad. Además, los autores lograron visualizar que los estudiantes podían usar y analizar las relaciones escondidas en el código de programación como parte integral del juego, pues les habían dado acceso al código de programación y provisto de situaciones en donde los niños quisieron analizar y ajustar el código.

En el trabajo de Rodríguez (2007), algunas de las características de los resultados que se obtuvieron de la instrumentación de un juego electrónico de tablero denominado *Dominó* (Raggi, 2006), con niños de primero y segundo año de secundaria, fueron la emergencia de estrategias matemáticas para ganar, y el refinamiento consecutivo de las mismas. El contexto de aplicación del juego es el de encontrar una estrategia ganadora, aunque en realidad la estructura subyacente del juego computacional *Dominó* es la simetría. Esto significa que cuando se juega en contra de la computadora, la estrategia ganadora es poner la ficha de dominó simétricamente opuesta al lugar que eligió el oponente al tirar.

Este juego de computadora fue introducido en los salones de una escuela pública en el D.F. (Secundaria 109¹) como un material explo-

¹ La Secundaria 109 "León Felipe", es una secundaria diurna pública, situada en Calzada San Bartolo Naucalpan y Río Uruguay, en la Colonia Argentina, en la Delegación Miguel Hidalgo en el Distrito Federal. Esta secundaria cuenta con un aula exclusiva en la que está instalado el Laboratorio de Matemáticas, en donde hay un pizarrón, estantes, mesas y sillas, 11 computadoras y una pantalla de proyección.

ratorio. Cada estudiante tenía que jugar inicialmente en contra de la computadora (de nombre *Robi*). La tarea que se les pidió realizar a los estudiantes fue la de encontrar la manera de ganarle a *Robi*, o si *Robi* ganaba, los niños tenían que tratar de explicar por qué *Robi* había sido capaz de ganarles. La meta del estudio exploratorio, en el que estuvieron involucrados dos grupos de secundaria, uno de primero y otro de segundo, era conocer las posibles contribuciones del juego computacional para aprender simetría (Rodríguez, 2007).

El propósito del juego *Dominó* es la búsqueda de estrategias ganadoras que le permita al ganador activar los dos últimos cuadrados consecutivos del tablero (el cual está constituido por 8 x 8 cuadrados). El juego está compuesto de simetría, sin embargo, esta estructura matemática que se pretende fomentar define una organización potencial que los niños concretan de diferentes maneras cuando están involucrados en la tarea (Saxe and Bermudez, 1996).

Por ejemplo, uno de los resultados obtenidos con los niños de primero de secundaria al practicar el juego de *Dominó* fue que encontraron rápidamente una estrategia ganadora distinta a la planteada en la estructura subyacente del juego, la que consistió en tratar de dejar espacios en blanco, o de bloquearlos, en el tablero. Los niños contaron cuántos de estos espacios eran necesarios para ganar, según el turno que se tuviera. Por otro lado, las observaciones con los niños de segundo de secundaria, fueron que cuando usaron una estrategia que creían ganadora, continuaban usándola y la perfeccionaban mientras les funcionara. Más aún, que el oponente comenzara a ganar fue motivo de reflexión y de reformulación, o construcción de nuevas estrategias ganadoras (Rodríguez, 2007).

Finalmente, en Olive y otros autores (2009), se menciona que para abordar el problema de conectar lo aprendido en un contexto específico, como el del juego, a otro contexto nuevo, o relacionado con un aprendizaje anterior, David Shaffer propone la noción de *marcos episódicos*, como “maneras de mirar al mundo asociadas con las formas de

conocer de una comunidad particular” (Shaffer, *cit.* en Sanford, 2006: 13). Esta noción sería una herramienta que podría dar cuenta de cómo pasarían los estudiantes de usar una experiencia que obtuvieron en un contexto a su posible aplicación dentro de otro distinto. De acuerdo con Sanford (2006:13), “construir sobre este concepto contribuirá a intentar comprender las maneras en las cuales el conocimiento se puede transferir desde el juego hacia otros dominios”.

II. Algunas de las concepciones de los profesores acerca del uso de tecnología en la enseñanza de las matemáticas

En su trabajo del 2002, K. Ruthven y S. Hennessy investigaron acerca de las ideas de los profesores sobre lo que constituye una experiencia exitosa de uso de herramientas y recursos computacionales en el salón de clase.

Estos autores obtuvieron respuestas de un gran número de profesores en Inglaterra, a través de la realización de entrevistas grupales focalizadas, las cuales se llevaron a cabo en los departamentos de matemáticas de varias escuelas secundarias en distintas localidades. A través de análisis cuantitativos y cualitativos, Ruthven y Hennessy (2002) identificaron algunos temas centrales y relaciones primarias entre ellos.

En relación con el uso de la tecnología, estos autores encontraron, que ésta puede servir como un medio para:

- 1 *Mejorar el ambiente* a través del cambio de la forma general y el sentir de la actividad en el salón de clase;
- 2 *Asistir en los intentos de los estudiantes*, y ayudarles a corregir errores y experimentar con ellos nuevas posibilidades;
- 3 *Facilitar la rutina*, permitir que las tareas subordinadas se lleven a cabo de manera fácil, rápida y disponer de recursos;
- 4 *Acentuar elementos clave* de los temas en estudio, proveyendo imágenes vívidas y efectos impactantes, para resaltar propiedades y relaciones.

Por otro lado, Ruthven y Hennessy también obtuvieron información de los maestros en relación con el uso de la tecnología y las principales metas de la enseñanza. Las categorías que estos autores obtuvieron al respecto fueron:

- 5 *Intensificación del compromiso* de los estudiantes en las tareas, para asegurar su participación en las actividades en el salón de clase;
- 6 *Producción de la actividad*, que estará enfocada a mantener el ritmo y la productividad de los estudiantes durante las lecciones;
- 7 *Establecimiento de ideas*, estará orientado a apoyar el desarrollo de la comprensión y la capacidad del estudiante.

Finalmente, los mismos autores también obtuvieron información relacionada con temas clave del aprendizaje que vinculan los usos y las metas de la enseñanza:

- 8 *Aumento de motivación*, crear las condiciones adecuadas para generar en los estudiantes un ambiente de confianza que les infunda seguridad en sí mismos y despertar su interés;
- 9 *Disminución de restricciones*, mitigar los factores que inhiben la participación de los estudiantes, tales como la ejecución de tareas laboriosas, así como las demandas y los requerimientos que impone la presentación en papel y lápiz, además de la vulnerabilidad a la exposición de errores;
- 10 *Aumento de atención*, crear las condiciones para que los estudiantes se enfoquen en los temas principales.

Con respecto a la lista de los 10 constructos arriba mencionados (marcados en cursivas), Ruthven (2007) señala que cada uno de ellos representa un estado de hechos deseable, que los maestros buscarían tener en el salón de clases, y que ellos piensan que con el uso de la tecnología contribuiría a lograrlo.

Ruthven también indica que tomando en cuenta que la investigación que realizó junto con Hennessy sólo fue un estudio sobre el tema, el modelo de práctica exitosa tendría que ser considerado como tentativo. Además, este autor (Ruthven, 2007) afirma que para lograr alcanzar este modelo ideal en la práctica se requiere que los profesores desarrollen conocimientos a partir de sus propias prácticas (“craft knowledge”), a partir de los cuales desarrollen las maneras en que desean utilizar las nuevas tecnologías.

Según Ruthven, aquellos que han investigado la enseñanza en el salón de clases (Brown y McIntire, 1993; Leinhardt, 1988, citado por Ruthven, 2007) sugieren que la complejidad y significación de tal conocimiento son con frecuencia despreciadas. El autor asegura que este conocimiento adquirido a partir de la práctica (*craft knowledge*) es un gran sistema de reflejos, de iniciativas o descubrimientos poderosos que los maestros desarrollan en su trabajo en clase; el cual se construye sobre rutinas y procedimientos automatizados, cortados o hechos a la medida de las circunstancias particulares en las que el profesor trabaja. También menciona que, específicamente, muchas de las innovaciones tecnológicas propuestas involucran la modificación de este sistema.

Finalmente, para cerrar esta sección, mencionaré dos observaciones del mismo autor (Ruthven, 2007) acerca de la complejidad del tema de la incorporación de la tecnología en las prácticas escolares: Ruthven llama a desarrollar un enfoque holístico para abordarlo, y a considerar que para informar de tal enfoque, el campo de investigación en educación matemática necesita hacer lo mismo. Esto significa que es necesario no enfocarse solamente en las dimensiones matemáticas de la práctica escolar, pues se pueden perder líneas de trabajo críticas sobre el tema.

III. Incorporación de la tecnología en la clase de matemáticas

En la tercera y última sección de este capítulo se expondrán dos trabajos que son muy recientes sobre el tema de la incorporación de la tecnología en la clase de matemáticas:

- a) El trabajo de R. Zbiek y K. Hollebrands (2008), es una revisión de la investigación de los últimos 15 años acerca de cómo han tratado los profesores de matemáticas, sobre todo de secundaria y de bachillerato, de incorporar la tecnología en sus salones de clase;
- b) En el trabajo que corresponde a Verónica Hoyos (2009a; 2009b), se presentan diferentes aspectos de un estudio de caso de 15 profesores del bachillerato tecnológico, basado en un proceso de actualización en línea de 6 meses, sobre matemáticas y tecnología, en el que los profesores participaron de manera voluntaria. En lo que aquí se expone se hace hincapié en las distintas formas en que incorporaron la tecnología en sus clases de matemáticas los profesores que participaron en el proceso mencionado; en los diferentes recursos tecnológicos que se desplegaron a lo largo del proceso de actualización; y en las tareas matemáticas y pedagógicas que los profesores enfrentaron a lo largo del mismo.

A. Reseña de Zbiek y Hollebrands (2008)

Las autoras R. Zbiek y K. Hollebrands en el año 2008 elaboran un registro de los intentos que se han estado haciendo, desde la comunidad de investigación educativa internacional, para que los docentes de matemáticas incorporen la tecnología en su práctica docente.

Una de las aportaciones de este trabajo, es que las autoras enfocan el proceso de incorporación de tecnología, como un proceso de aprendizaje para enseñar con tecnología. Además, también actualizan y aplican en su revisión de la investigación sobre el tema, un modelo posible de desarrollo de este proceso: el Modelo PURIA (Beaudin y Bowers, 1997, *cit.* en Zbiek y Hollebrands, 2008:294-295).

El cual abre perspectivas de investigación-intervención para facilitar o promover el avance del profesor en este sentido, pues el modelo PURIA implica que el profesor experimente diferentes modos o estadios de desarrollo, con el fin de avanzar hacia incorporaciones de la tecnología de manera adecuada.

Es de notar que en su revisión las autoras han elegido específicamente trabajos sobre uso de tecnología matemática que también es tecnología cognitiva (Pea, 1987, citado en Zbiek y Hollebrands, 2008:295), esto es, tecnología que se usa para hacer matemáticas así como para la instrucción matemática.

Se refieren al trabajo de Pea (1987:91) para aclarar que las tecnologías cognitivas son aquellos medios que ayudan a trascender las limitaciones de la mente (atender a metas, aumentar la memoria a corto plazo, etc.) al pensar, aprender, y en las actividades de resolución de problemas.

La revisión que realizan Zbiek y Hollebrands en la obra que nos ocupa es muy extensa, por lo que en este trabajo se ha elegido centrar la atención en tres de las líneas de exposición de las autoras, las cuales desde el punto de vista de la investigación tal vez sean las más productivas: la que hace referencia a las dificultades y preocupaciones por las que pasan los profesores en sus intentos de incorporar la tecnología en sus prácticas escolares; la definición de las categorías o fases del Modelo PURIA, las cuales engloban las diferentes estrategias de incorporación de la tecnología en el salón de clases, y la presentación de ejemplos concretos que ilustran la aplicación del modelo.

Dificultades y preocupaciones de los maestros al llevar a cabo el proceso de incorporación de la tecnología en el salón de clases

Zbiek y Hollebrands (2008:315-316), mencionan que son varios los trabajos que señalan la existencia del conflicto del profesor entre lo que percibe que son las matemáticas a enseñar (cubrir el contenido, o partes de éste, como la manipulación simbólica) y las matemáticas de las actividades basadas en la tecnología (resolución de problemas, investigación y/o exploración, emergencia de sistemas de notación alternos), lo que resulta en una sub-incorporación potencial de la tecnología en el aula.

Las autoras se refieren al trabajo de McDougall (1996, citado en Zbiek y Hollebrands, 2008:291), en donde surgió la problemática en

la que los profesores se debatían en una serie de preocupaciones con respecto a la incorporación de la tecnología en su práctica docente, entre las que estaban las de logística, de planeación, la necesidad de control personal, de gestión, y profesional. De tal manera que, por ejemplo, uno de los cuatro profesores que participaron en el estudio de McDougall empezó a sufrir de palpitaciones cardíacas por el temor de revelar a los estudiantes su falta completa de conocimiento de las relaciones matemáticas que los estudiantes estaban descubriendo. En este profesor había miedo de cambiar su papel de maestro, de ser una persona que era visualizada como la única autoridad matemática en el salón de clase, a otra en la que aparece como un co-constructor del conocimiento.

Asimismo, entre las preocupaciones de gestión (Zbiek y Hollebrands, 2008:291) figuran las de tener el control y manejar medios ambientes escolares habilitados con tecnología. Según las autoras, ésta línea surge con todas las posibilidades de ser un trabajo significativo. Al respecto, algunos investigadores reportaron que cuando los profesores incorporaron algunos tipos de tecnología se sintieron fuera de control. Por ejemplo, los maestros que adoptaron un enfoque de descubrimiento guiado para enseñar geometría en el bachillerato con la ayuda del software *Geometric Supposer* (Shwartz, J. & Yerushalmy, M., 1987), se reportaron inseguros acerca de lo que aprendían los estudiantes (Lampert, 1993, citado en Zbiek y Hollebrands, 2008:291), debido a que los estudiantes fueron capaces de usar la tecnología para seguir sus propias conjeturas, correctas o incorrectas.

Las autoras comentan que en general, las formas en las que los maestros usan la tecnología parecieran estar relacionadas con las preocupaciones de gestión en la clase, aunque también con preocupaciones acerca de las consecuencias de las metas que se establecen con respecto al aprendizaje de los estudiantes. Por ejemplo, maestros de bachillerato con procedimientos basados en reglas (entrevistados por Akujobi, 1995, citado en Zbiek y Hollebrands, 2008:291) reservaron

el uso del software para remediar algunas de las dificultades detectadas en los estudiantes, o para ejercicio y práctica.

El modelo de desarrollo PURIA y el análisis de los casos concretos

En el trabajo de Zbiek y Hollebrands de 2008 que aquí se reseña, las autoras retoman y elaboran el Modelo PURIA (Beaudin y Bowers, 1997), extendiéndolo a un campo de aplicación mayor que el de la utilización del CAS (Sistema Algebraico Computarizado).

El Modelo *PURIA* extendido (Zbiek y Hollebrands, 2008:295), contempla las siguientes cinco fases (tantas como letras tiene la palabra *PURIA*):

P, es la fase de *Jugar (Play)* con la tecnología. Aquí el profesor usa la tecnología para un propósito matemático no claro.

U, es la fase de *Uso* de la tecnología como una herramienta personal. El profesor usa la tecnología haciendo las matemáticas que él quiere, matemáticas de diseño propio. Esto lo puede realizar utilizando la herramienta como un alumno de matemáticas, pero no usándola en un escenario montado en el salón de clases, ni tampoco con estudiantes.

R, es la fase en la que el profesor *Recomienda* el uso de la tecnología a otros. Por ejemplo, a un estudiante, a un par, o a un pequeño grupo de estudiantes o pares. Probablemente no en un escenario de clases formal y tampoco como parte integrada de la instrucción. Las autoras consideran que también se puede considerar el modo *Recomienda* para incluir el trabajo conjunto de los profesores, el trabajo de los profesores con “expertos”, el trabajo de los profesores con estudiantes individuales, o con pequeños grupos de estudiantes.

I, es la fase en la que el profesor *Incorpora* la tecnología en la instrucción en el aula. De tal manera que el maestro es capaz de integrar la tecnología en la instrucción en el salón de clases. Zbiek y Hollebrands consideran que esto puede ocurrir en varios grados.

A, finalmente, es la fase en la que el profesor ya es capaz de *Evaluar* (*Assess*) el uso de la tecnología por parte de los estudiantes. Aquí el instructor examina cómo usan la tecnología los estudiantes, y qué están aprendiendo a partir de ello.

Según las autoras, las fases o modos *PURIA* reflejan al maestro volviéndose familiar con la tecnología como una herramienta para hacer matemáticas en los modos *Juega* y *Usa* (*P* y *U*). El crecimiento durante estas fases incluye transitar del uso de la tecnología como una herramienta del desarrollador del software, en un instrumento del maestro para hacer matemáticas, un aspecto crucial del aprender a usar la tecnología, capturado por la noción de génesis instrumental (Guin y Trouche, 1999; Trouche, 2000, citado por Zbiek y Hollebrands, 2008:295).

En el análisis del Modelo *PURIA* de Zbiek y Hollebrands, figura que en los modos *Incorpora* y *Evalúa* (*Assess*), la atención del maestro se vuelve, implícita y conscientemente, hacia el uso de la tecnología como una herramienta pedagógica, incluyendo el desarrollo de orquestaciones instrumentales (Trouche, 2000, citado en Zbiek y Hollebrands, 2008:295) o elaboración de planes que consideran el uso de la tecnología en las dimensiones sociales del aula. Finalmente, en cuanto al modo *Recomienda*, las autoras indican que éste parece marcado por una transición entre privilegiar aspectos matemáticos, para avanzar en un interés relevante en los aspectos pedagógicos del uso de la tecnología.

En síntesis, los primeros dos modos del Modelo *PURIA* sugieren que los maestros usan la tecnología sin tensiones, y porque así lo desean. Enseguida, si tales experiencias de inicio han sido exitosas, pasarían a hacerlo de maneras más estructuradas desde un punto de vista pedagógico, según los modos *Incorpora* y *Evalúa*. Finalmente, el modo *Recomienda* actúa como fase de transición entre las experiencias del profesor con la tecnología de inicio, y las estructuradas desde un punto de vista pedagógico.

Zbiek y Hollebrands (2008:317) concluyen con apreciaciones acerca de la utilidad del Modelo *PURIA* como una herramienta para

comprender la literatura y para trabajar con el aprendizaje de los profesores para enseñar con tecnología.

Por último, las autoras señalan (Zbiek y Hollebrands, 2008:322) que las situaciones matemáticas en las que los profesores encuentran resultados inesperados, así como el seguimiento de estas tareas por medio de oportunidades para que los maestros investiguen las situaciones, las expliquen, y discutan tales eventos, son experiencias que pueden ser la esencia de intervenciones poderosas durante el uso de la tecnología por parte del profesor en el modo PURIA denominado como de *Juego (Play)* o “Personal”.

Según las autoras, el Modelo PURIA [*Jugar (Play)*, *Usar*, *Recomendar*, *Incorporar*, y *Evaluar (Assess)*], de Boudin y Bowers (1997), proporciona una perspectiva que permite considerar explícitamente las necesidades de los maestros para aprender a usar la tecnología, para aprender a hacer matemáticas con la tecnología, para usar la tecnología con los estudiantes, y para poner atención en el estudiante como guía para la innovación, respectivamente.

Además hacen hincapié en que los modos en este modelo son un eco de las categorías de preocupaciones que se observaron en la literatura: cómo usar la tecnología personalmente, cómo gestionar el uso de la tecnología en el salón de clase, y cómo evaluar la comprensión de los estudiantes que crece concomitantemente con el uso de la tecnología.

B. Reseña de Hoyos (2009a; 2009b)

En el trabajo de Verónica Hoyos del 2009 (2009a; 2009b), se condensan los resultados de un proyecto de investigación-intervención acerca de cómo incorporan la tecnología en sus clases de matemáticas los profesores del bachillerato tecnológico, después de haber participado en un programa de actualización en línea sobre matemáticas y tecnología.²

² (EMT) (ver, *Especialización en Matemáticas y Tecnología*, <http://upn.sems.gob.mx>).

Esto es, a partir del diseño y el montaje en una plataforma *moodle*³ de un programa de actualización en línea sobre matemáticas y tecnología, dirigido a 120 profesores de bachillerato, distribuidos a lo largo del país (México), se obtuvieron datos que permitieron construir un estudio de caso acerca de la incorporación de tecnología matemática en los salones de clase de los profesores participantes.

Los resultados que aquí se reportan fueron extraídos del análisis de los productos elaborados por un grupo de 15 profesores (elegidos al azar) participantes en el programa EMT, después de haber participado seis meses.

En particular, las observaciones se realizaron sobre videos que los mismos profesores elaboraron acerca de su práctica docente, también se obtuvieron documentos de descripción del contenido de los videos, y de planificación acerca de cómo llevarían a cabo sus prácticas en el aula, con sus alumnos, y utilizando herramientas digitales. Es de notar que tanto la estrategia de enseñanza, la herramienta digital y el tópico a tratar se dejaron a la libre elección de los profesores participantes.

Fue posible detectar cinco diferentes estrategias de incorporación de tecnología de las matemáticas en los salones de clase: un patrón de incorporación según el enfoque clásico de enseñanza; una modificación de este patrón según la cual se agrega la interacción del maestro con los estudiantes, básicamente a través de preguntas que el maestro le dirige a toda la clase; la instrumentalización de la actividad de manera dirigida por medio de un guión; la instrumentación de la actividad con una herramienta tecnológica, en coordinación con la utilización de papel y lápiz, aunado a una negociación grupal del significado; y, finalmente, la organización de trabajo cooperativo, centrado en la apropiación de la tecnología por parte de los estudiantes.

³ Moodle es un software o aplicación informática de libre acceso que los educadores pueden usar para crear sitios en Internet de aprendizaje en línea (online). Ver: <http://moodle.org/>

Además, también se avanzó en el reconocimiento del estado de cuatro de los cinco elementos que son clave en la estructura de las prácticas en el salón de clase (Ruthven, 2007), en particular, si se desea evolucionar hacia una mejora de las mismas. Según Ruthven, estos cinco elementos son: medio ambiente de trabajo, el sistema de recursos; el formato de la actividad y la planificación curricular; la economía del tiempo; y el desarrollo del conocimiento del profesor a partir de la práctica (*craft knowledge*).

En síntesis, los resultados con respecto al estado del medio ambiente de trabajo, el sistema de recursos, el formato de la actividad y la planificación curricular, así como acerca del estado del conocimiento del profesor a partir de su práctica, son los que se especifican a continuación, de manera correspondiente: a) en general el equipamiento de las escuelas fue escaso; b) sin embargo, los profesores mostraron competencia en la elección y dominio de la herramienta digital elegida, así como en la elección del tema; c) los grados de planificación de sus intervenciones fueron diferenciados, y es de destacar que los que lo hicieron de manera más detallada, también fueron aquellos que mostraron las estrategias de enseñanza más avanzadas, como por ejemplo, la orquestación de la actividad usando diferentes instrumentos, aunada a una negociación grupal del significado; d) finalmente, la observación y análisis de los videos permitió hacer una valoración cualitativa, a partir de sus propias prácticas, acerca de sus competencias en cuanto al uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas.

De tal manera que ahora es posible anticipar avances en el proceso de aprendizaje para empezar a utilizar la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, si, aplicando el Modelo PURIA (ver la reseña del trabajo de Zbiek y Hollebrands, en este mismo capítulo), es posible involucrar a los profesores del programa EMT en la evaluación de los aprendizajes o los logros de sus estudiantes, por medio de las actividades y la tecnología matemática que ellos instrumentarían en sus clases, en el aula.

Acerca de los diferentes recursos tecnológicos que se desplegaron a lo largo del proceso de actualización del programa EMT

Con el propósito de abordar la representación computacional de los algoritmos matemáticos, se revisaron temas de programación computacional, a saber: introducción a la programación en *HTML* y *JavaScript*; diseño de algoritmos y sus representaciones; desarrollo de algoritmos, diagramas de flujo y codificación.

También se trabajó con la descarga en las computadoras personales de *Applets* matemáticos de manipulación directa, y de una variedad de software interactivo: *Logo*, *Geogebra*, *Aplusix*, *Excel*, *RecCon*, y *FunDer*. Además del acceso a una gran cantidad de materiales virtuales interactivos a través de Internet, como por ejemplo, la biblioteca de materiales virtuales de la la Universidad de Utha (USA).⁴ *Acerca de las tareas matemáticas y pedagógicas del programa EMT*

Para los seis meses del programa EMT que abarcó el trabajo que aquí se reseña, se diagramaron 24 semanas de actividades, a lo largo de las cuales se revisaron temas de matemáticas, programación computacional, aplicaciones educativas digitales y la utilización de varios software interactivos.

Los temas de matemáticas que se revisaron en los primeros tres meses consistieron en introducciones al teorema fundamental de la aritmética, conjetura de Goldbach, teoría de grafos, y cálculo de raíces de polinomios (con el método de bisección y el método de la regla falsa, el método de la secante y el método de Newton).

El objetivo de tal selección de temas fue revisar algunos de los algoritmos matemáticos que son importantes en el contexto de la enseñanza de las matemáticas en el bachillerato, así como las distintas posibilidades de representarlos de forma matemática y computacional.

Se puede observar que los temas de matemáticas que se eligieron para su revisión durante el programa EMT tienen la característica de ser más

⁴ (<http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html>).

avanzados que los temas de aprendizaje que figuran en el currículum escolar, y es posible que incluso no estén directamente relacionados con el mismo. Sin embargo, así están pensados para que signifique un reto para los profesores, al aproximarse por primera vez a conocerlos, sobre todo a través del enfoque de resolución de problemas, y en temas que es muy probable que no dominen. La idea de esta selección se subordinó al segundo de los objetivos principales del programa EMT: el aprender a enseñar matemáticas a través de la resolución de problemas.

Con respecto a las características pedagógicas de las actividades del programa EMT, recuérdese (ver, arriba, en las especificaciones del software utilizado) que se trabajó con secuencias de actividades que involucraron una diversidad de software interactivo.

Pero tal vez las actividades más importantes al respecto, son las que se especifican a continuación: de las 24 semanas de entrenamiento hubo en total 4 semanas de actividades (dos al término de las primeras 10, y 2 al término de las siguientes 10 consecutivas) en donde se asignaron tareas a los profesores participantes para que reflexionaran sobre su práctica docente. Las tareas asignadas fueron las siguientes: a) escoger alguna de las secuencias planteadas en alguna(s) de las actividades, así como el software, herramientas o materiales digitales que se hubieran utilizado, o no, a lo largo del curso; b) orquestar una sesión de trabajo con sus alumnos y en el salón de clase, de acuerdo con el material digital elegido; c) video-grabar la sesión de trabajo; d) montar en *YouTube* una edición de la video-grabación de 7 minutos; e) finalmente, subir a la plataforma del programa⁵ un documento de descripción o reporte del contenido del video, junto con la dirección electrónica de acceso al video.

De hecho, de esta parte del programa EMT, es de donde se derivaron los datos que le dieron sustancia al estudio de caso que aquí se presentó, materia del trabajo de todo este capítulo.

⁵ EMT (<http://upn.sems.gob.mx>)

A manera de epílogo

El advenimiento de las nuevas tecnologías y de una gran cantidad de recursos educativos digitales sugiere posibilidades de desarrollo de nuevas competencias sociales (Cobo, 2009), y de otras prácticas y conocimientos para los educandos. Al mismo tiempo, esto genera grandes retos para el docente, quien tiene que aprender a enseñar usando los artefactos y las herramientas tecnológicas en el salón de clases.

En este capítulo se revisaron algunas de las investigaciones recientes acerca del aprendizaje y la enseñanza, en casos específicos de uso de tecnología matemática. Por el lado del aprendizaje de los estudiantes, se proporcionaron ejemplos de emergencia de nuevas prácticas matemáticas en el salón de clases posibilitadas por el uso de robots (Fernandes *et al.*, 2006; Hunscheidt & Koop, 2006), juegos de construcción espacial (Kahn *et al.* 2006), y de tablero electrónico (Rodríguez, 2007).

Por otra parte, al enfocar a la práctica de los docentes interesó considerar las formas en que incorporan la tecnología en sus clases de matemáticas. En particular se analizó este proceso a través del Modelo PURIA extendido (Zbiek y Hollebrands, 2008), un modelo de desarrollo basado en modos de uso de tecnología matemática en el aula. De acuerdo con este modelo, la fase más avanzada sería la de evaluación, en la que el profesor centra su atención en el estudiante como una guía para la innovación.

Por último, se presentó un estudio de caso basado en la participación de 15 profesores de bachillerato en cursos de matemáticas y tecnología, diseñados en una plataforma *moodle* (ver Hoyos 2009a, y 2009b). Ahí se detectaron cinco formas distintas de uso de tecnología en la clase de matemáticas, algunas de ellas (las que incluyeron la negociación de significados en la clase, y el aprendizaje colaborativo) mostraron que los profesores participantes desarrollaron competencias para organizar la instrumentación de la actividad en el salón de clases. De ahí que exista la posibilidad potencial de avanzar en su instrucción hacia la evaluación del aprendizaje de sus estudiantes, el último modo del Modelo PURIA en el proceso de aprender a enseñar con tecnología en la clase de matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Cobo, C. (2009). "Aprendizaje colaborativo. Nuevos modelos para usos educativos". En L. M. Garay (ed.), *Tecnologías de información y comunicación. Horizontes interdisciplinarios y temas de investigación*. México: Universidad Pedagógica Nacional.
- EIEF, Edinburgh Interactive Entertainment Festival,
<http://www.eief.co.uk/content/conference-programme.htm>
- ELSPA, Entertainment and Leisure Software Publishers Association
<http://www.elspa.com>
- Fernandes, E., Fermé, E. and Oliveira, R. (2006). Using Robots to Learn Functions in Math Class. En C. Hoyles, J.-B. Lagrange, L. H. Son, and N. Sinclair (Eds.) *Digital technologies and mathematics teaching and learning: Rethinking the terrain. Proceedings of the Seventeenth Study of the International Commission on Mathematics Instruction*. Hanoi: University of Technology.
- Hoyles, C. & Noss, R. (1992). A pedagogy for mathematical microworlds. *Educational Studies in Mathematics*, 23: 31-57.
- Hoyos, V. (2009a). On line teacher training centered on the integration of mathematics and ICT in High School. En *CERME 6 Proceedings*. Lyon (France): Université Claude Bernard.
- Hoyos, V. (2009b). Incorporating ICT in Math and Science Highschool Classrooms. En *PMENA 2009 Proceedings* (en prensa). Atlanta (USA): Georgia State University.
- Hunscheidt, D. & Koop, A.P. (2006). Tools rather than toys: Fostering mathematical understanding through ICT in primary mathematics classrooms. En C. Hoyles, J.-B. Lagrange, L. H. Son, and N. Sinclair (eds.). *Digital technologies and mathematics teaching and learning: Rethinking the terrain. Proceedings of the Seventeenth Study of the International Commission on Mathematics Instruction*. Hanoi: University of Technology.
- Kahn, K., Noss, R. and Hoyles, C. (2006). Designing for diversity through web-based layered learning: a prototype space travel games construction

- kit. En C. Hoyles, J.-B. Lagrange, L. H. Son, and N. Sinclair (eds.) *Digital technologies and mathematics teaching and learning: Rethinking the terrain. Proceedings of the Seventeenth Study of the International Commission on Mathematics Instruction*. Hanoi: University of Technology.
- Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. En D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 515-556). New York: Macmillan.
- MacFarlane, A. & Kirriemuir, J. (2005). *Computer and video games in curriculum-based education*. Report of DfES. England: NESTA Futurelab.
- Olive, J. (2000). Computer tools for interactive mathematical activity in the elementary school. *The International Journal of Computers for Mathematical Learning*, núm. 5, (p. 241-262).
- Olive, J., Makar, K. with Ströber, R., Hoyos, V., Kosheleva, O., and Kor, L. (2009). Mathematical knowledge and practices resulting from access to digital technologies. En C. Hoyles, J.-B. Lagrange & N. Sinclair (eds.). *17th ICMI Study Book*. Netherlands: Kluwer Pub.
- Raggi, V. (2006). *Domino* [Electronic board game].
<http://descartes.ajusco.upn.mx/html/simetria/simetria.html> (Consultado en marzo de 2007).
- Rodríguez, G. (2007). *Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-II en el aprendizaje de la simetría*. Tesis de Maestría en Desarrollo Educativo. México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Ruthven, K. (2007). *Teachers, Technologies and the Structures of Schooling*. Proceedings of CERME 5. Larnaca (Cyprus): University of Cyprus. (Recuperado, diciembre 15, 2009, de <http://ermeweb.free.fr/CERME5b/>)
- Ruthven, K. & Hennessy, S. (2002). A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning. *Educational Studies in Mathematics*, 49(1), (pp. 47-88).
- Sanford, R. (2006). Teaching with Games. *Computer Education, the Naace Journal*. Issue 112 [Spring]. Nottingham, England: Naace.
- Saxe, G. and Bermudez, T. (1996). Emergent Mathematical Environments in Children's Games. En L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin &

- B. Greer (Eds.). *Theories of Mathematical Learning*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Shwartz, J. & Yerushalmy, M. (1987). *Geometric Supposer. A dynamic software*. USA.
- Utah State University (2007). *National Library of Virtual Manipulatives*. <http://nlvm.usu.edu/> (Consultado en diciembre 2007).
- Wijekumar, K., Meyer, B., Wagoner, D., and Ferguson, L. (2005). Technology affordances: the 'real story' in research with K-12 and undergraduate learners. *British Journal of Educational Technology*, 37(2). Oxford, UK: Blackwell Publishing.
- Zbiek, R. & Hollebrands, K. (2008). A research-informed view of the process of mathematics technology into classroom practice by in-service and prospective teachers. En *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics: Vol. 1. Research Syntheses*, pp. 287-344. USA: Information Age Publishing.