¿!Modelar en la clase de Matemáticas?!

Ruth Rodríguez

Diálogos entre la docencia y la investigación

SRM Sesión 66

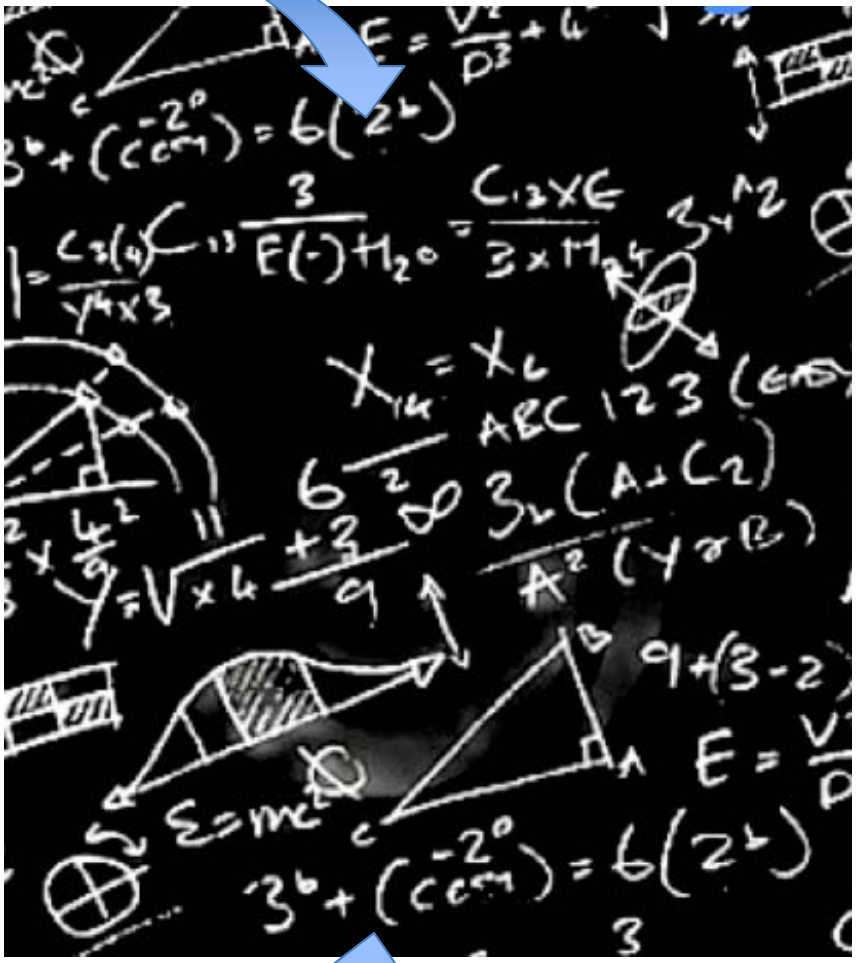
Miércoles 19 de marzo del 2014.

Monterrey, N.L.

1. Importancia del dominio real

En tu primer artículo muestras un esquema en donde se describe el proceso de modelación que retomas de otros autores. En él se maneja un dominio real, uno pseudoconcreto y uno matemático. Después, paulatinamente, en tus sucesivos esquemas para propuestas con aplicaciones físicas, ese dominio real tiende a ser menos relevante. En tu segundo artículo manejas directamente un esquema en el que se reduce a una franja y en donde no describes procesos sobre ese dominio, ¿por qué? ¿cuál es la importancia el dominio real y por qué consideras que la introducción de un dominio físico reduce su importancia?

Modelación Matemática



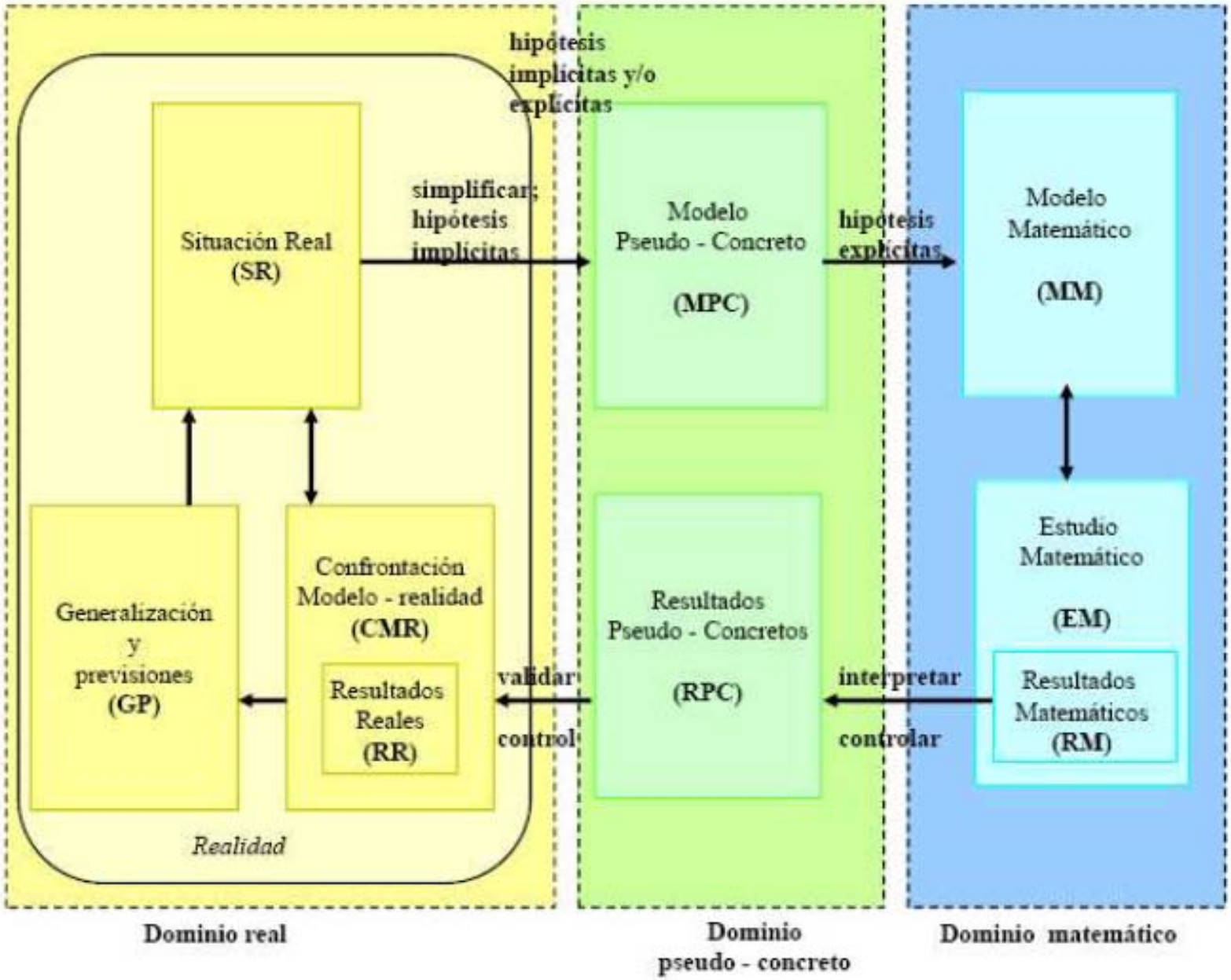


Figura 1. Descripción del proceso del modelación de referencia (Rodríguez, 2007).[4]

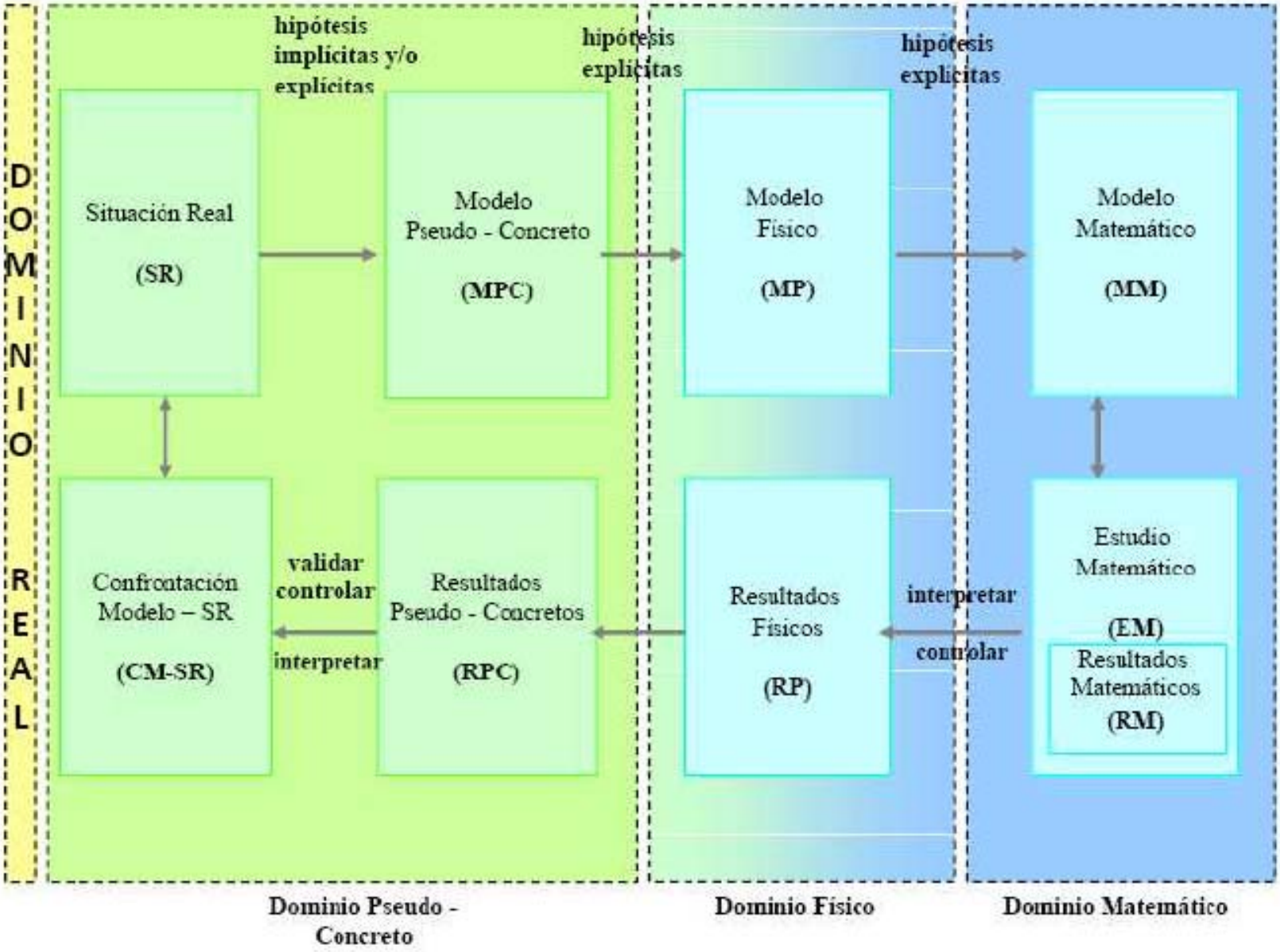


Figura 3. Descripción gráfica del proceso de Modelación en clase de Física.

- **Modelo Pseudo-Concreto** de Michel Henry (2001; didacta francés)
- **Modelo Real** (*real model*), literatura anglosajona (cf. Blum & Niss)
- Ambos tienen fines didácticos
- **Realidad** y **pseudo-realidad** (cf. Villa)

2. Dificultades de la realidad al modelo

En la modelación real, se parten de Principios o leyes “ya conocidos” y consideraciones (aproximaciones) sobre un fenómeno o problema de estudio para establecer un modelo, el cual es verificado posteriormente en experimentos. En otras ocasiones, los datos experimentales son previos al modelo analítico y se realiza un modelo matemático mediante ajustes. En el contexto escolar, ¿cuáles son las dificultades específicas para modelar de esta manera?

Dificultades de EyA de la MM

Alumnos

- Desconocimiento del **proceso de modelación**
- Comprensión de la **problemática** inicial
- Desconocimiento de las **leyes y principios** propios a cada contexto (disciplina)
- Establecimiento de modelos físicos y/o matemáticos a partir de situaciones “reales”, “**pseudo-concretas**”, contexto
- Poca familiaridad de **uso de tecnología** que permita tomar datos; poca o nula manipulación física en Matemáticas.
- **Interpretación** de resultados en términos de la situación de partida

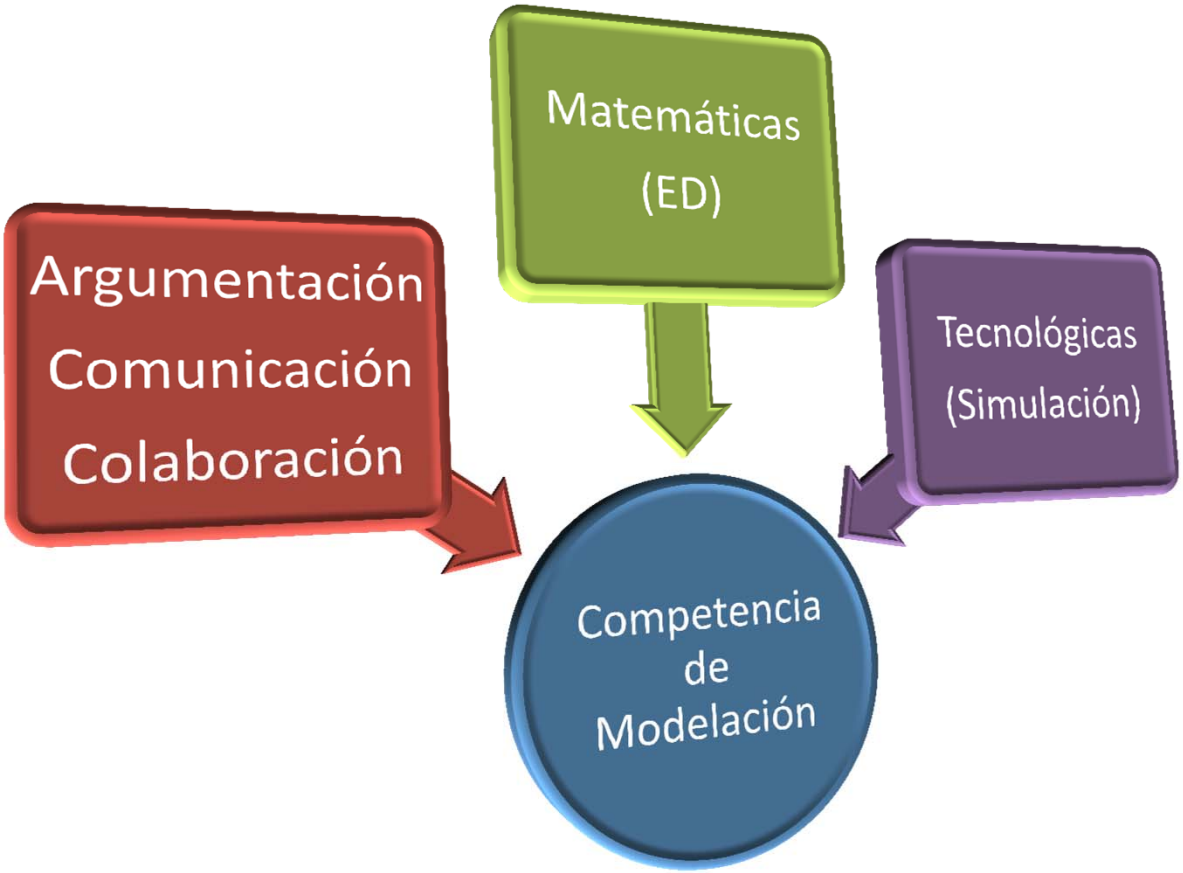
Dificultades de EyA de la MM

Profesores

- Dificultades similares observadas y reportadas en los profesores aunados a sus **creencias y concepciones** sobre EyA de las Matemáticas.

- **Restricciones institucionales** (espacios, tiempos, material, equipo, infraestructura).

Competencias de modelación
(Maab, 2006; Henning & Keune, 2007)



3. Vinculación entre el lenguaje verbal y matemático

Uno de los grandes problemas que se ha reportado la investigación en educación matemática ha sido la vinculación entre el lenguaje verbal y el lenguaje matemático. Dentro de tu propuesta de esquema

¿Cuál es papel de la transformación de lo verbal a lo matemático (simbología básica de matemáticas, en cuanto a operadores primarios, etc.)? ¿estaría dentro del dominio pseudo-concreto?

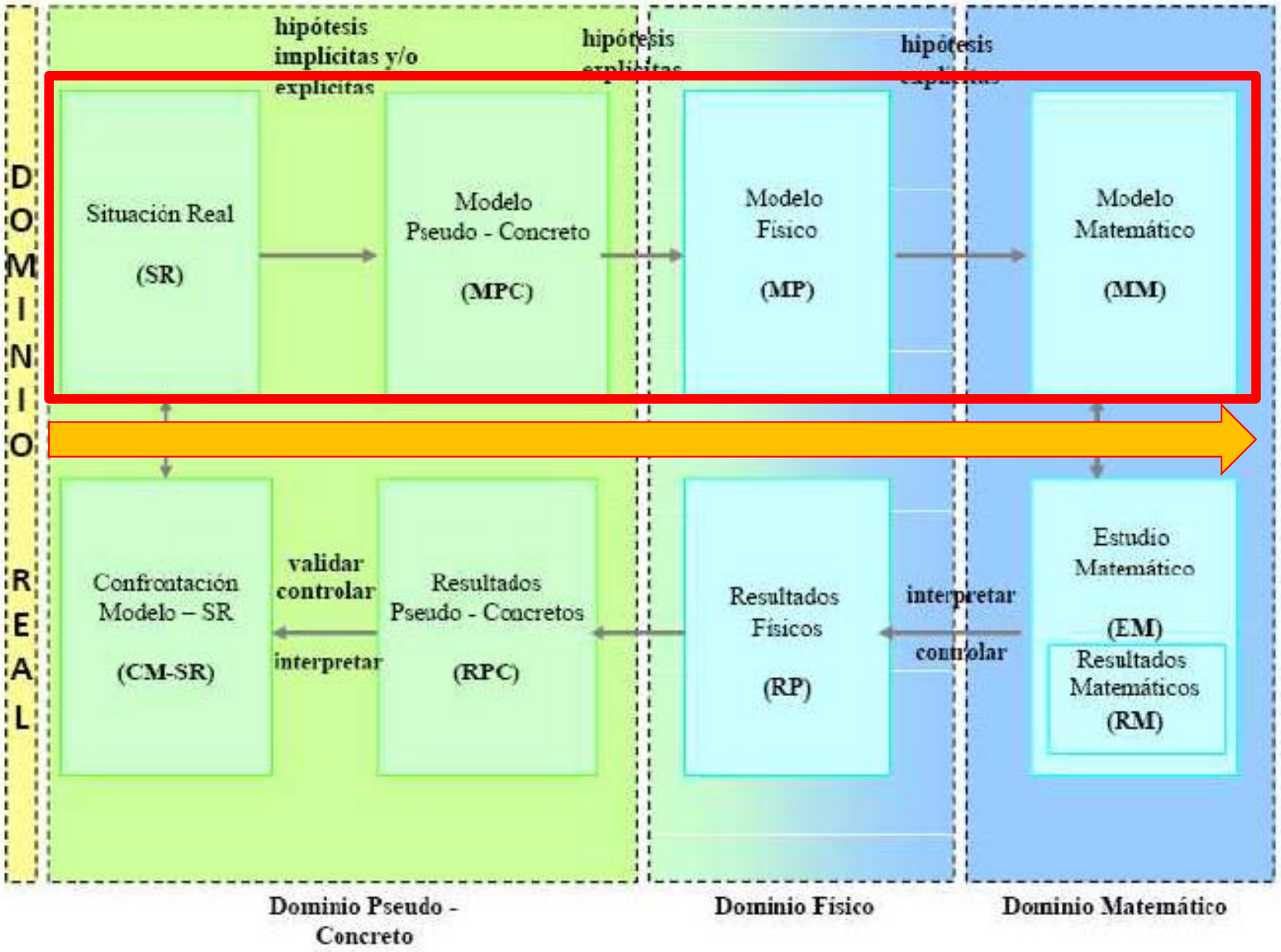


Figura 3. Descripción gráfica del proceso de Modelación en clase de Física.

4. ¿Modelación sin tecnología?

El uso de la tecnología permite llevar a cabo estos procesos de modelado de forma relativamente sencilla, como se aprecia en tu segundo artículo donde reportas el caso de los estudiantes de ingeniería que mediante software y sensores observaban la situación real, la simulación, recopilaban los datos, generaban la ED´s que resolvían por procedimientos analíticos para ser cotejado con los resultados experimentales. ¿Has trabajado con actividades (semejantes a las de la temperatura, el circuito RC y el resorte) en las que se puedan realizar mediciones o recolección de datos sin la necesidad de equipo de laboratorio y/o sensores?

Modelación Matemática

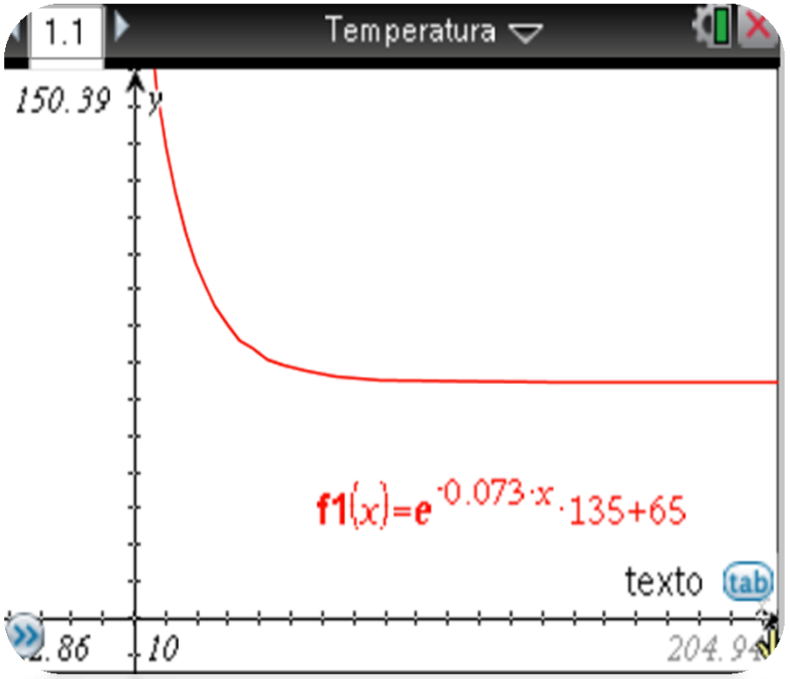
Experimentación

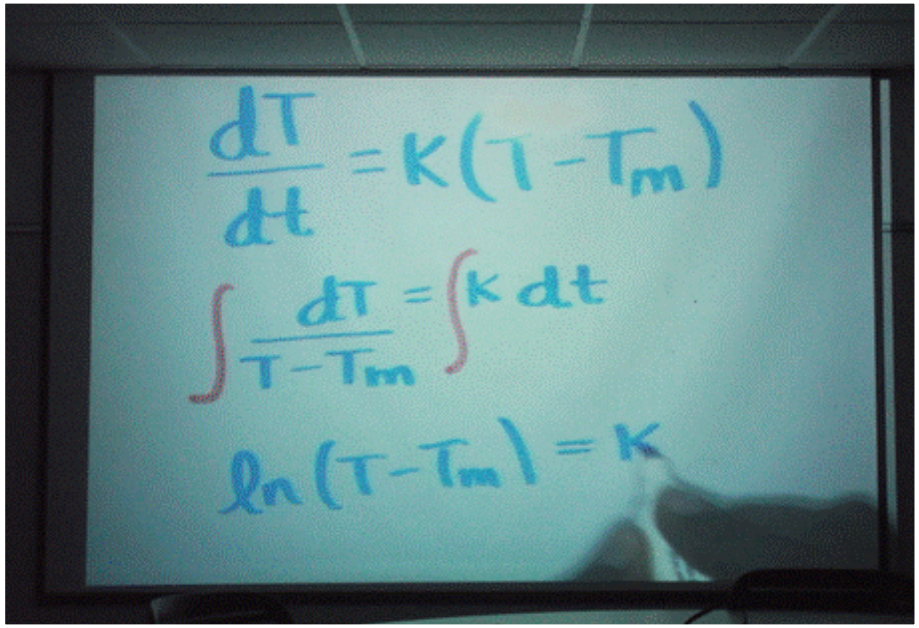
- Sensores + interface + Software
  - Sensor de voltaje + CASCO + Data Studio (Física)
  - Sensores (voltaje, temperatura, movimientos) + TI Nspire CX CAS

Simulación

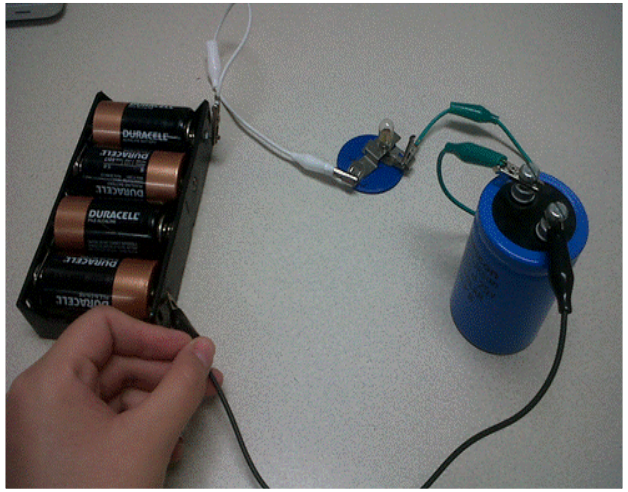
- Libre
  - Phet (Universidad de Colorado)
  - Vensim (DS&ED)
  - ED Tools (Cengage)
  - IDEA (Pearson)
  - Demostrations Projects/Widgets
  - SciLab
- Licencia
  - Blanchard et al. (CD)
  - Maple y/o Mathematica
  - MatLab/Simulink

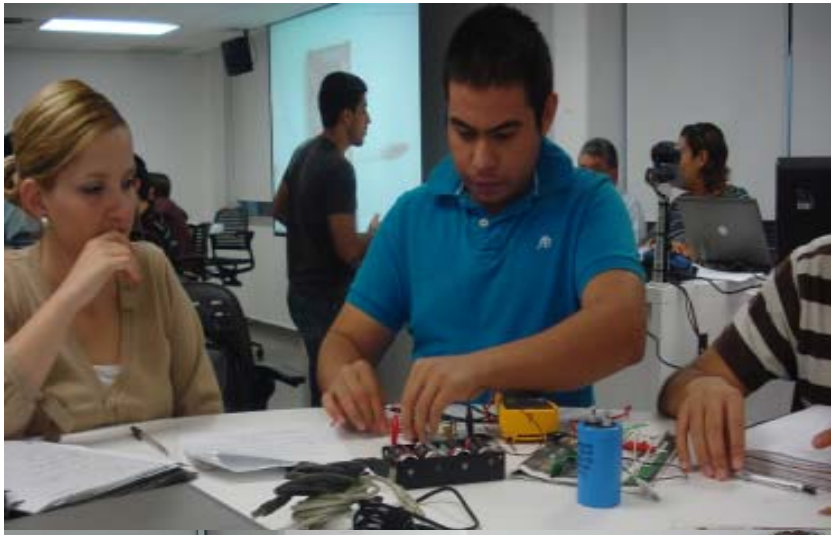
Modelando el cambio de temperatura


1.1
Temperatura
150.39
y
f1(x)=e^-0.073·x·135+65
texto
tab
2.86
10
204.94

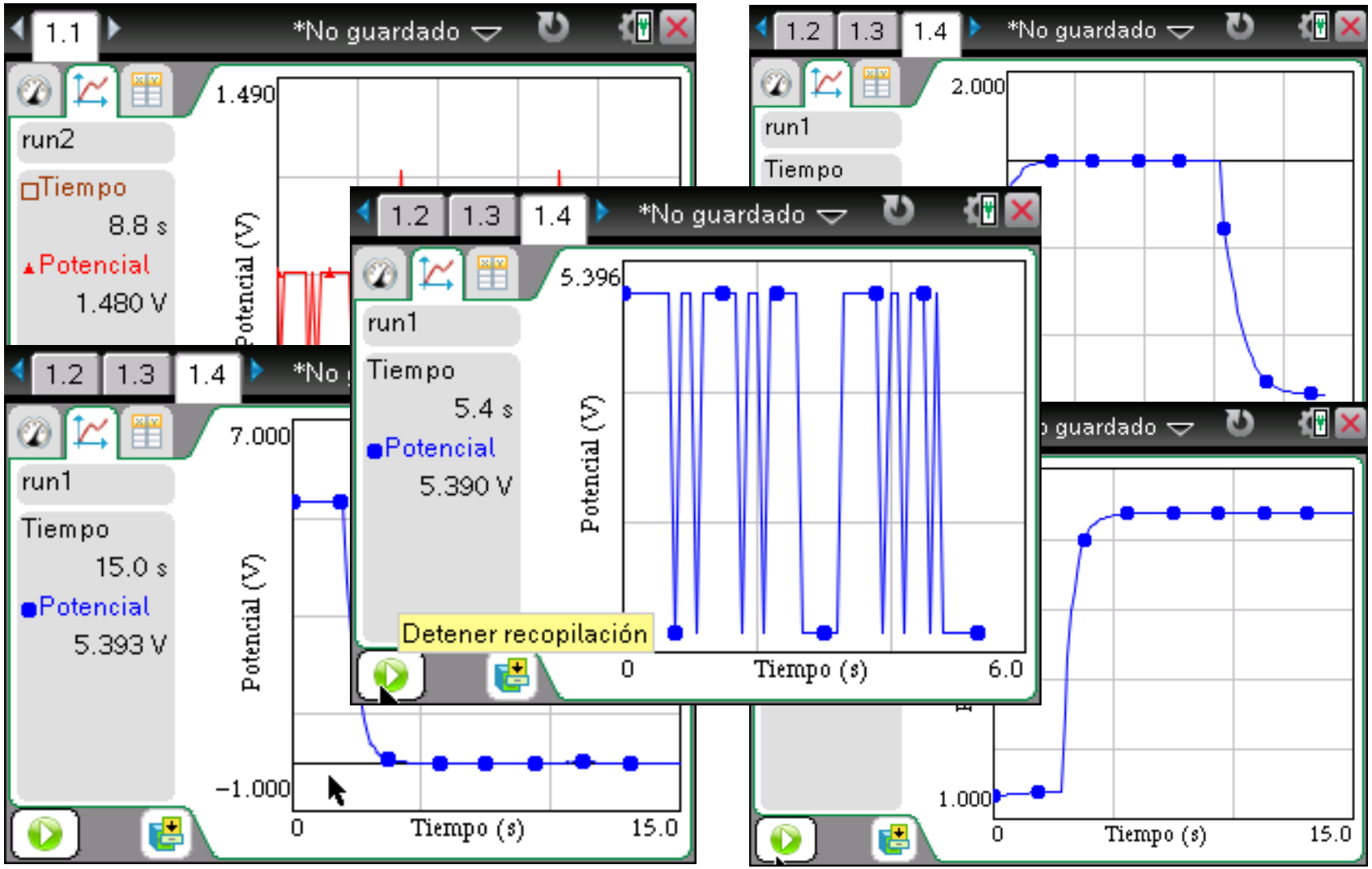

dT/dt = K(T - Tm)
∫ dT/(T - Tm) = ∫ K dt
ln(T - Tm) = K

Modelando un circuito RC (resistencia-capacitor)



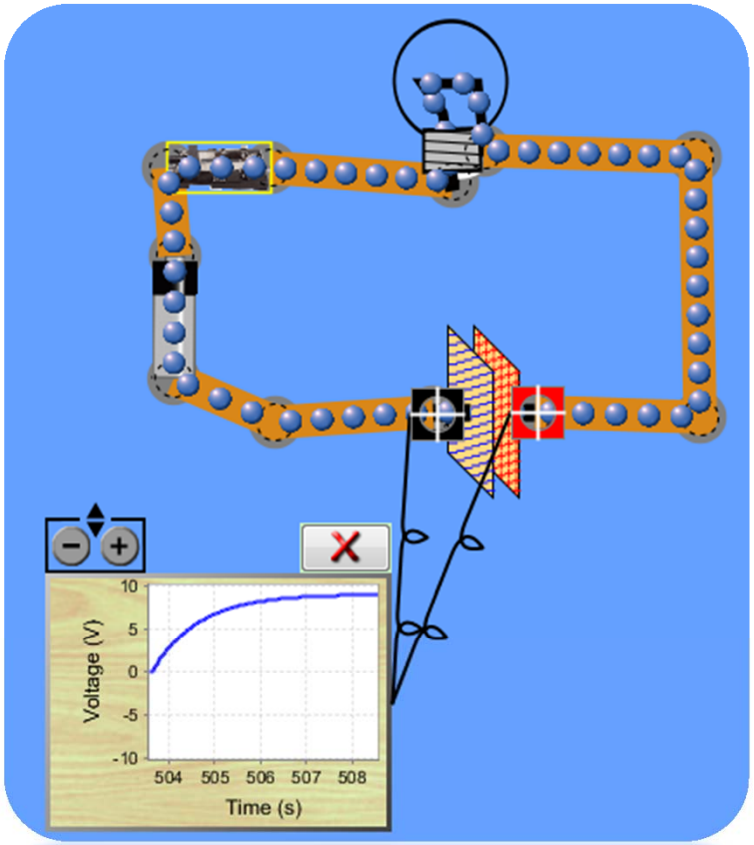


Algunas respuestas de los alumnos



Modelo matemático: circuito RC (Simulador PheT)

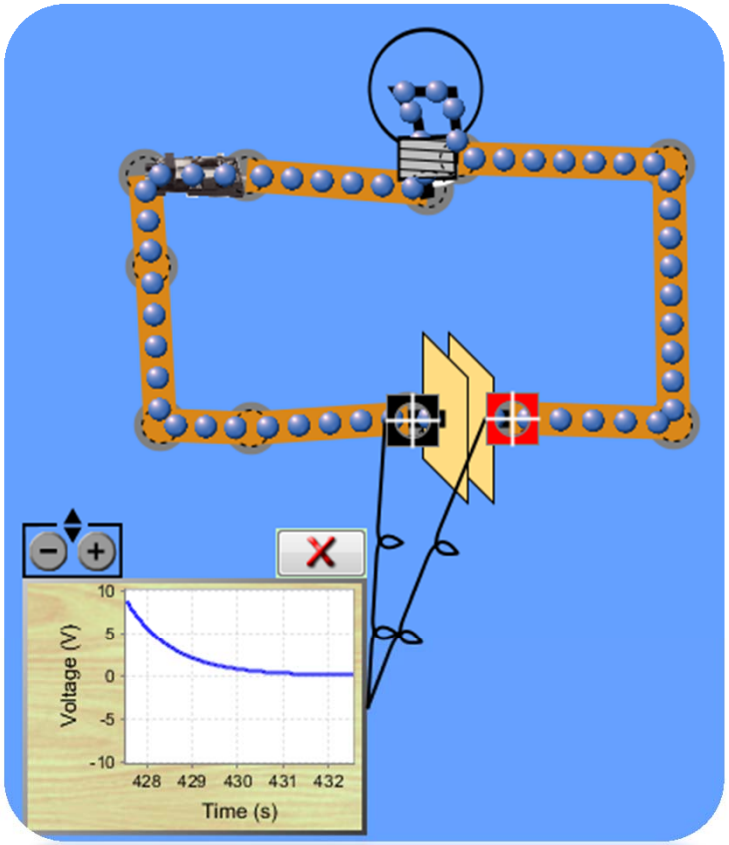
Carga del capacitor



$$Rq' + \frac{1}{C}q = E$$

$$q' + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$$

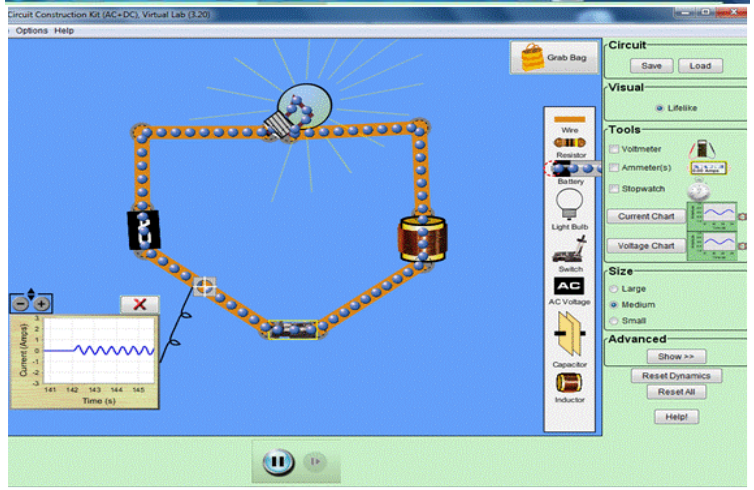
Descarga del capacitor

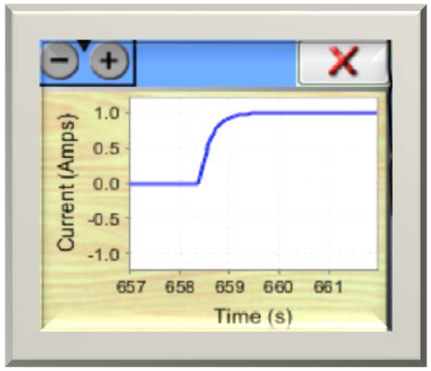


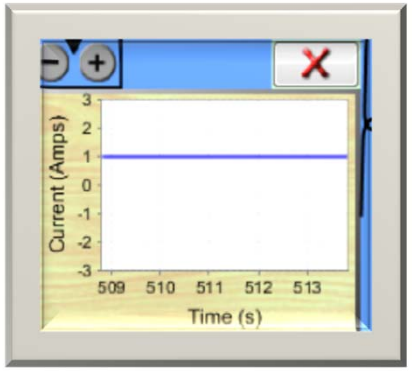
$$Rq' + \frac{1}{C}q = 0$$

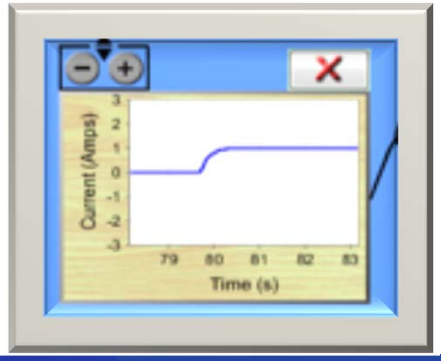
$$q' + \frac{1}{RC}q = 0$$

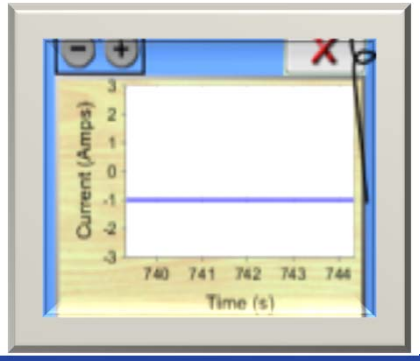
Modelando circuitos RL y RLC
Corriente Directa y Alterna











Experimentación puede ser…

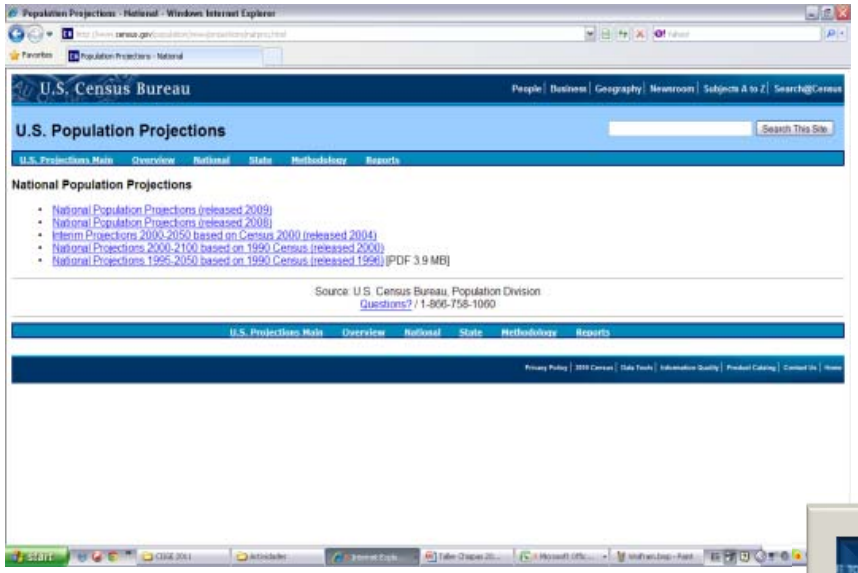
Diversos tipos

- Ajuste/planteamiento de modelos a través de datos disponibles (cf. ajuste con hoja de cálculo de la Población a través del censo de EU)
- Trabajo en ambiente lápiz-papel (cf. Mezclas)
- Dinámicas grupales (cf. Logística, Dinámica de sistemas)
- Manipulación física (cf. Uso de dados y urnas)

Rol de la Tecnología

- **Antes**: conocer el fenómeno y los elementos que lo componen
- **Durante**: visualizar curvas solución, "resolver" modelos por diversos métodos, precisar valores
- **Después**: comparar métodos, contrastar datos experimentales vs reales

Modelando el crecimiento de población

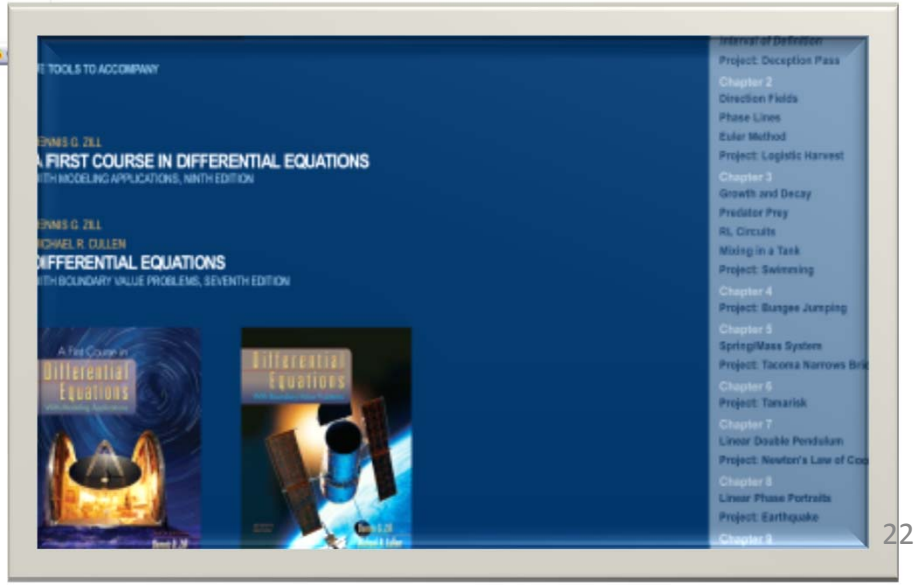


DELANDO EL CRECIMIENTO DE POBLACION

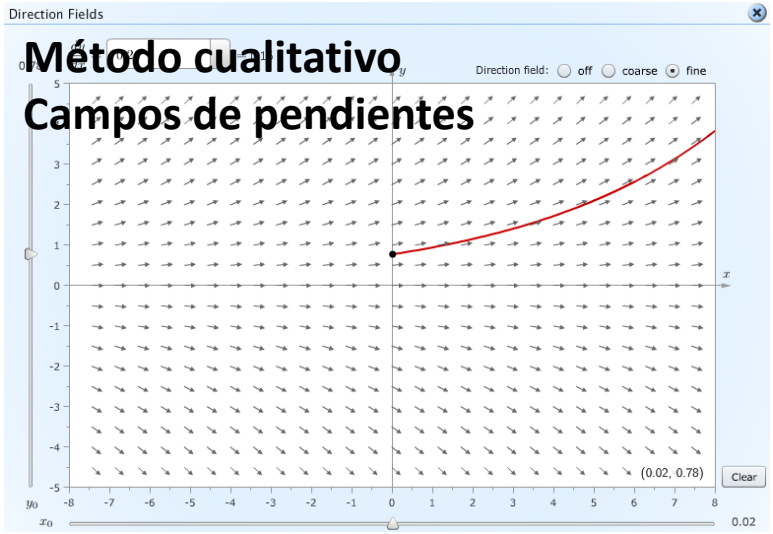
inuación se muestran algunos datos reales del censo de población en la Ciudad de Houston (USA).
teresa hacer un estimado de la cantidad de personas que habitarán en Hosuton en el año 2020. ***¿Qué propones hacer para realizar tal estimación?***

	Población (en millones de habitantes)
.850	18.632
.855	21.84
.860	25.6
.865	30.017
.870	35.19
.875	41.25
.880	48.36
.885	56.69
.890	66.46
.895	77.92
.900	91.35
.905	107.09
.910	125.55
.915	147.18
.920	172.55
.925	202.28
.930	237.15
.935	278.01
.940	325.93
.945	382.09
.950	447.94
.955	525.14
.960	615.64

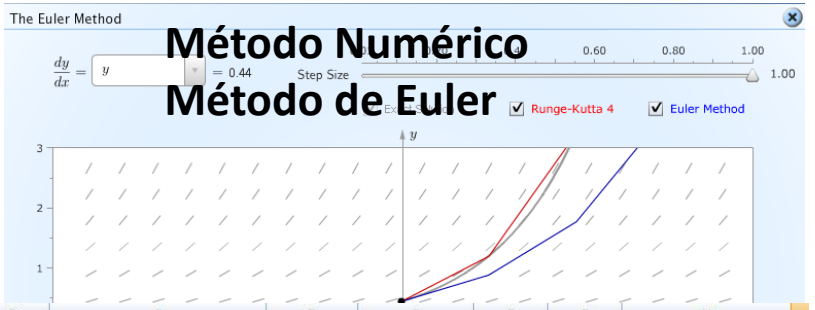
Escribe aquí alguna idea inicial:



3 métodos de resolución diferentes



Método cualitativo
Campos de pendientes



Método Numérico
Método de Euler

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	*tiempo*	*Población*	*razón de cambio = 0.029*P(t)*	*ΔP≈P´(t)*Δt*	*Población final*		*Δt=*	**0.1**
2	1850	18.632	0.540328	0.0540328	18.6860328			
3	1850.1	18.68603	0.541894951	0.0541895	18.7402223		Llenar la siguiente tabla:	
4	1850.2	18.74022	0.543466447	0.05434664	18.79456894			
5	1850.3	18.79457	0.545042499	0.05450425	18.84907319		Δt	Población aproximada
6	1850.4	18.84907	0.546623123	0.05466231	18.9037355		5	
7	1850.5	18.90374	0.54820833	0.05482083	18.95855633		1	
8	1850.6	18.95856	0.549798134	0.05497981	19.01353615		0.1	2036
9	1850.7	19.01354	0.551392548	0.05513925	19.0686754		0.05	
10	1850.8	19.06868	0.552991587	0.05529916	19.12397456			
11	1850.9	19.12397	0.554595262	0.05545953	19.17943409			
12	1851	19.17943	0.556203589	0.05562036	19.23505445			
13	1851.1	19.23505	0.557816579	0.05578166	19.2908361			

Métodos analítico
Variables separables

$$\frac{dP}{dt} = k\,P$$

$$\ln|P| = kt + C_1$$

$$P(t) = C_2 e^{kt}$$

$$P(t) = 3.9e^{0.0306\,t}$$

Además…

No siempre hay “matrimonios fijos”

- MM & Tecnología
- MM & Aprendizaje Colaborativo
- MM & Aprendizaje Activo

La MM pude ser intra-matemática (cf. Chevallard, 1995, 2002).

5. Nivel escolar para la modelación

Existen algunos proyectos de enseñanza de la física con tecnología, a nivel medio básico, en los que se maneja la recolección de datos mediante sensores, la interpretación de gráficas y el modelo matemático, sin el uso de ecuaciones diferenciales. Para el caso de las matemáticas,

¿A partir de qué nivel escolar podría implementarse esta forma de trabajar?

Todos los niveles educativos

Primaria

Secundaria

Medio Superior

Superior

Posgrado

En todos los niveles educativos y en la enseñanza de las Matemáticas

- **Primaria**
  - Vega (2010, geometría)
  - Quiroz (2011, volumen)
  - Quiroz (en proceso, **doctorado**, docentes en formación)
- **Secundaria**
  - Castañeda (2011, Ciencias)
  - Olea (2011; inversamente proporcional)
  - Medina (2011, relación funcional)
  - Víquez (2011, funciones)
  - López (2011, relación funcional)
  - Arenas (2013, Teorema de Pitágoras)
  - Escobar (2013, cinemática)
- **Medio Superior**
  - Delgado (2010, docentes, tecnología)
  - Montes (2010, funciones)
  - Godínez (2010, integral)
  - Torres (2013, cambio y variación)
- **Superior**
  - Román (2013, MatLab);
  - Rodríguez et al. (desde 2007)
- **Posgrado**
  - Rodríguez y Bourguet (2014)
  - Jaramillo, Romo, Bourguet y Rodríguez (2014)

6. Utilidad en otras áreas

- El esquema que obtuviste en este proceso de "modelar la modelación" en tu trabajo en las clases de física en Francia te ha sido útil para describir los procesos de modelación que realizan los estudiantes en actividades que pones en práctica dentro de tus clases de ecuaciones diferenciales, ¿qué tanto crees que este esquema podría ser útil para describir los procesos de modelación de otras ramas de la matemática como álgebra, geometría o probabilidad y estadística o incluso a otras materias como química, biología o economía?

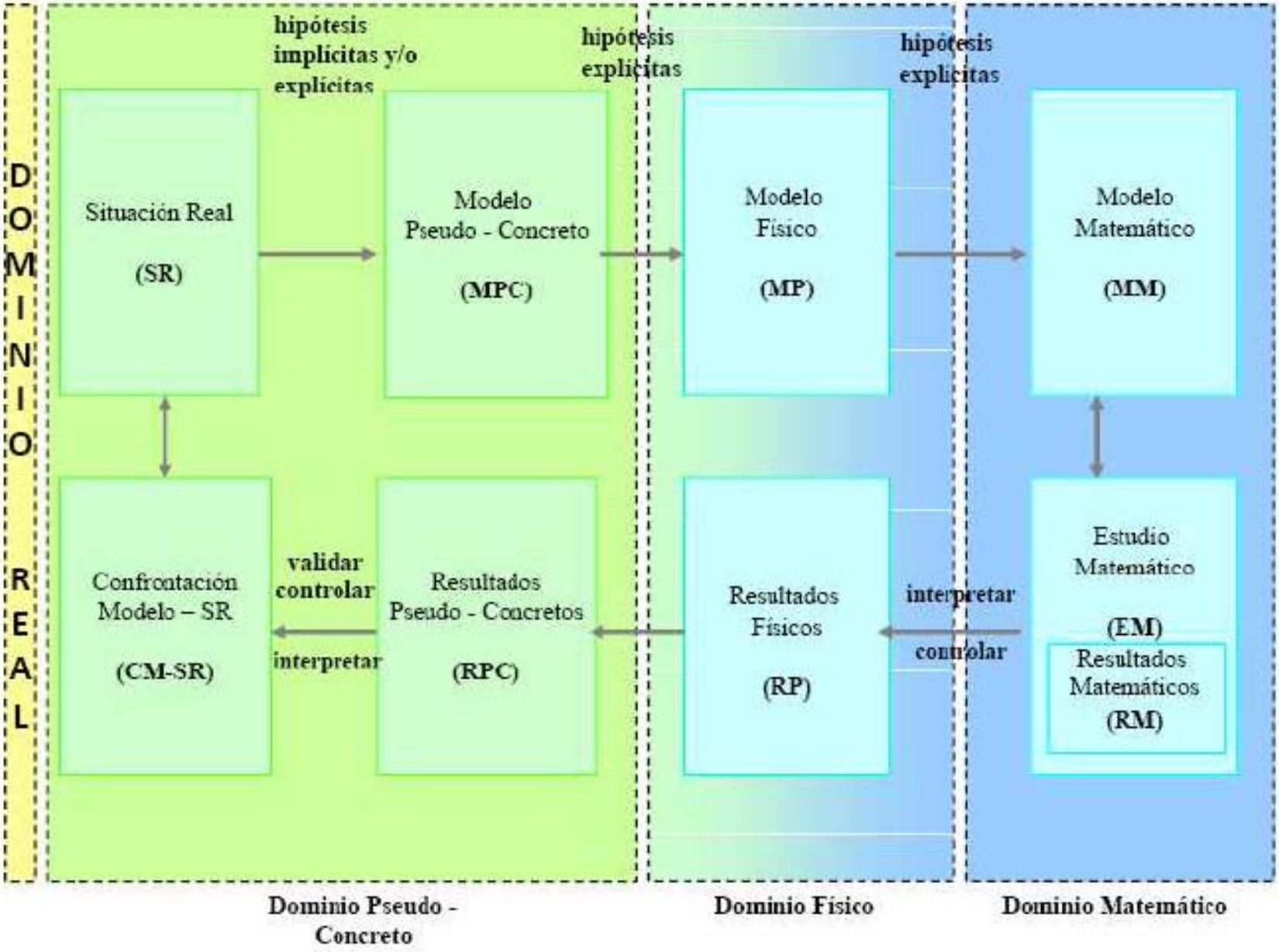
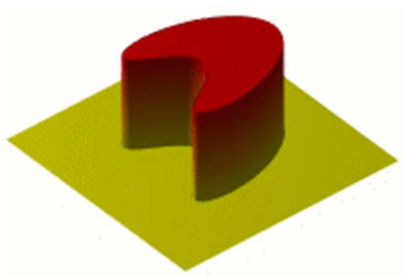
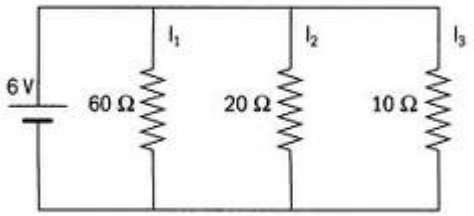


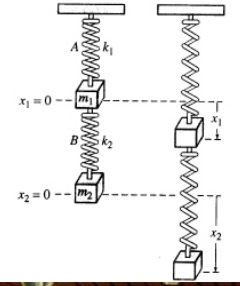
Figura 3. Descripción gráfica del proceso de Modelación en clase de Física.

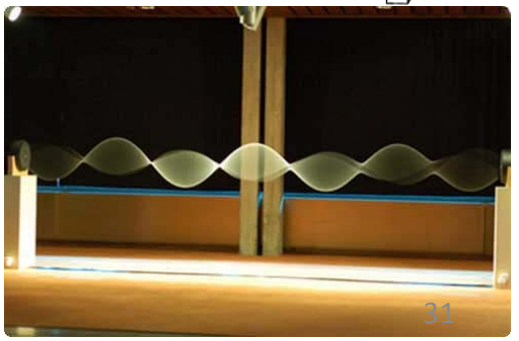
Modelando fenómenos sociales, biológicos, económicos

Modelando fenómenos físicos









Social

Economic

Biological

Spread

Empirical laws

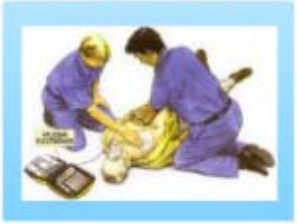
Modelling Systems

Physical laws

Thermal

Hydraulic

Mechanical



Electrical

7. ¿Modelación en la cotidianeidad?

La sociedad establece la necesidad de un currículo que enfatice la modelación matemática en contextos reales, sin embargo, el proceso de modelar requiere: conocimientos previos de principios científicos (propios del área del conocimiento, ya sea física, química, economía, etc) y la recolección de datos. ¿Qué tan viable es que una persona en su vida cotidiana o profesional pueda aplicar el modelado matemático, como tal? ¿Cuál sería el alcance o impacto de este tema en la vida cotidiana o profesional de un ciudadano que estudió el tema de modelado en el bachillerato? ¿Cómo contribuye a la formación de una cultura matemática?

Proyecto de Investigación 2013-2016

Grupo de Investigación Latinoamericano Modelación y Tecnología (MyT)

Las Resignificaciones del Uso del Conocimiento Matemático: la Escuela, el Trabajo y la Ciudad

Responsable: Dr. Francisco Cordero (CINVESTAV)

México (UACh, CICATA IPN, Tecnológico de Monterrey) y Chile (UCV).

- *Contexto Escolar , Laboral, "lo cotidiano"*

Competencia Matemática

Estudio Pisa (OCDE, 2007).

"La capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar efectivamente la formulación, solución e interpretación de problemas en una variedad de situaciones que involucran conceptos cuantitativos, espaciales, probabilísticos o matemáticos"

SEP

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Planes de Estudio

SEP, 2011

Se establece la importancia de que los alumnos "tengan oportunidades de *modelizar* situaciones y resolverlas, es decir de expresarlas en lenguaje matemático, efectuar los cálculos necesarios y obtener un resultado que cumpla con las condiciones establecidas".

Competencia Científica

Estudio Pisa (OCDE, 2006).

"La capacidad de emplear el conocimiento científico para identificar preguntas y extraer conclusiones basadas en hechos, con el fin de comprender y poder tomar decisiones sobre el mundo natural y sobre los cambios que ha producido en él la actividad humana"