

# Aprendizaje de las matemáticas en ambientes de colaboración y resolución de problemas y de situaciones problemas

Fernando Hitt

*Département de Mathématiques, UQAM*

Seminario Repensar las Matemáticas

Agosto 2013

# Introducción

Los alumnos que ingresan a un curso de cálculo, generalmente han tenido un acercamiento intuitivo del infinito; ello impide en cierta medida su comprensión en un contexto matemático. Si la enseñanza del cálculo se restringe a sus aspectos algebraicos sin poner atención al uso de representaciones diferentes a las algebraicas, difícilmente los alumnos llegaran a una comprensión profunda del cálculo. Es difícil concebir que un alumno pueda entender el cálculo sin haber desarrollado, por ejemplo, habilidades visuales ligadas a la construcción de conceptos del cálculo.

# Introducción

Existen varios problemas para el aprendizaje del cálculo que produce que estudiantes y profesores de enseñanza media, no logren llegar a tener cierta profundidad en sus concepciones relativas al cálculo.

El cálculo reúne una gran cantidad de subtemas que están íntimamente relacionados, y el manejo pobre de algunos subconceptos impide su desarrollo profundo de los conceptos propios del cálculo, como son, funciones, límite, continuidad, derivada e integral.



# Introducción

En lo general, las tareas de conectar las diferentes representaciones de un concepto, no es considerada por muchos profesores como fundamental en la construcción del conocimiento matemático y, en lo particular, las tareas de conversión son minimizadas por parte de los profesores. Nuestro punto es que las tareas de conversión permitirían el desarrollo de procesos de visualización matemática.

Esta visualización tiene que ver con procesos de transformaciones mentales y producciones en papel, en pizarrón o en computadora, generadas de una lectura de enunciados matemáticos o de gráficas, promoviendo una interacción entre representaciones para una mejor comprensión de los conceptos matemáticos en juego.

# Aprendizaje

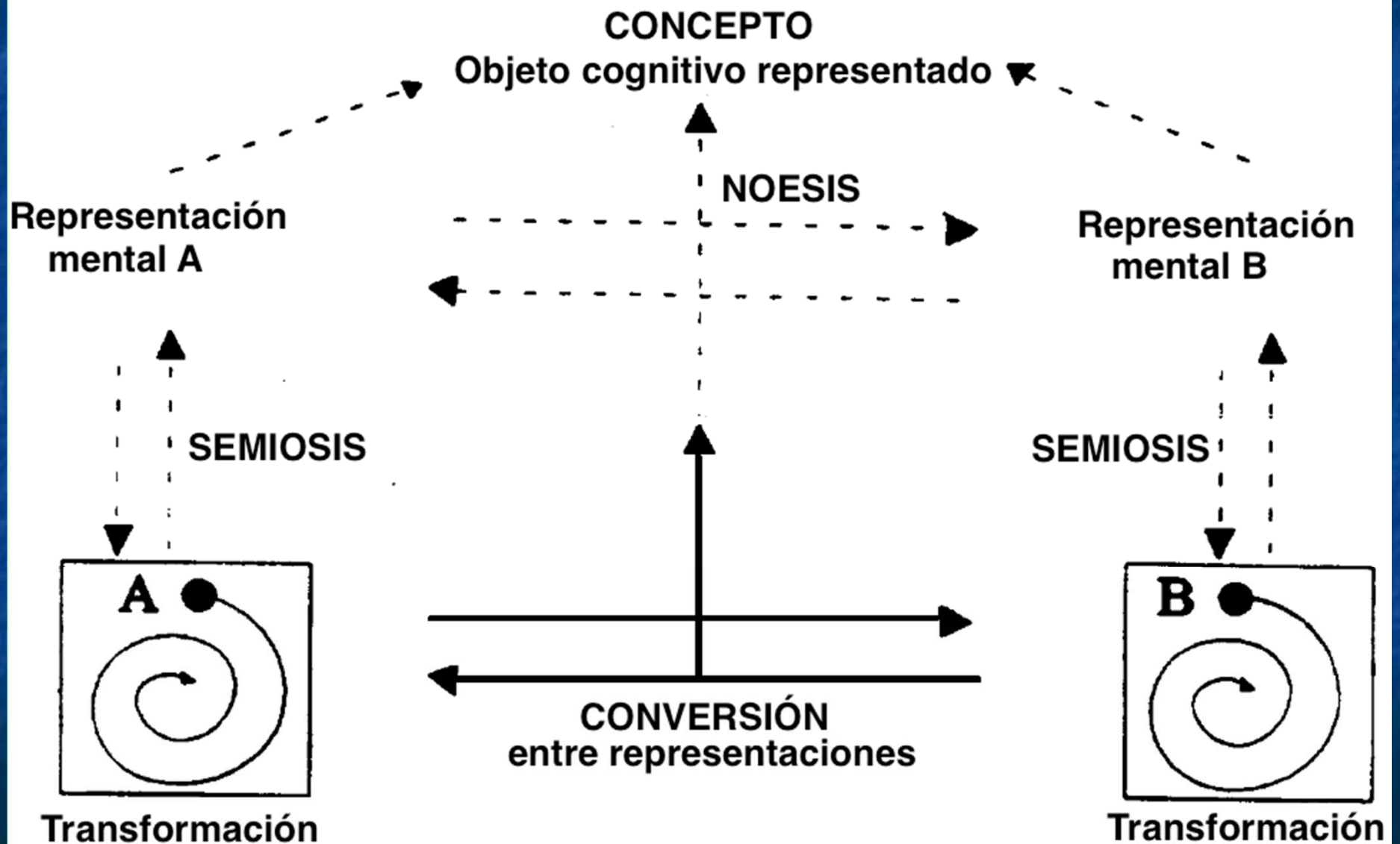
El aprendizaje está ligado a la construcción de esquemas cognitivos.

La pregunta es entonces, ¿Cómo se construyen esos esquemas?

Tanto en la vida diaria como en el aprendizaje de las matemáticas, el aprendizaje se realiza por medio de construcción de conceptos (esquemas preliminares que se conectan a otros esquemas). Por ejemplo, en el aprendizaje de qué es una mesa, nosotros lo hacemos a través del uso de nuestros sentidos (todos). Los individuos, de manera natural realizan un proceso de aislamiento de propiedades que les permite identificar un objeto como mesa a través de sus características: 4 patas, plataforma horizontal,...

Con el tiempo, los individuos ampliarán su definición e incluirá mesas de 3 patas, una pata,...

# Aprendizaje de conceptos según Duval (1988, 1993)





## Un pero...

Este modelo de aprendizaje no toma en cuenta la resolución de problemas, de situaciones problema y tampoco evolución de representaciones.

El modelo de aprendizaje de Duval está centrado en las representaciones institucionales (las que se presentan en los libros de texto, en la pantalla,...) dejando de lado, en su acercamiento teórico, las representaciones espontáneas (funcionales) que emergen en forma natural en la resolución de problemas.

Para ser más explícito en nuestro modelo teórico de aprendizaje de las matemáticas, mostremos las definiciones de ejercicio, problema y situación problema.

## Ejercicio, problema y situación problema

- **Ejercicio:** Dado un enunciado matemático, si inmediatamente viene a la mente un procedimiento conocido, podemos clasificar este enunciado como un ejercicio.
- **Problema:** Si cara a un enunciado matemático, no contamos con un procedimiento específico y requerimos de construcciones particulares de representaciones [representaciones funcionales] que se conectan con otras representaciones internas promoviendo la producción de representaciones externas que nos ayudan en la resolución de la tarea en cuestión, entonces a este enunciado lo llamaremos problema.



## Ejercicio, problema y situación problema

Tomando en cuenta la definición de situación problema de acuerdo al Ministerio de Educación de Québec (MELS, 2007), el ministerio propone:

- a) La situación no debe haber sido previamente presentada en curso de aprendizaje;
- b) La obtención de una solución satisfactoria requiere del uso de reglas o principios no aprendidos anteriormente;
- c) El producto o su forma esperada, no ha sido presentada anteriormente

**Versión aligerada de situación didáctica de Brousseau (1997)**

## Pensamiento diversificado y con un objetivo predefinido

- Una consecuencia de esta definición del MELS, según nuestra interpretación, es que la situación problema (SP) debiera ser utilizada para provocar un pensamiento diversificado o proceso heurístico. En otras palabras, la SP debe promover una apertura de pensamiento, que fomentará la emergencia de representaciones funcionales para guiar a los estudiantes en sus enfoques hacia la posible solución.

## **Representación institucional versus representación funcional**

Llamamos a las representaciones institucionales, las representaciones que se encuentran en libros de texto, o las utilizadas por los docentes en su enseñanza, o en las que se encuentran en pantallas de ordenador, ...

**Nombramos a la representación funcional a la representación espontánea construida por un estudiante cara a una situación matemática. Este tipo de representación es un conocimiento operativo antes de la acción, y el producto tangible (la representación exterior) permite al estudiante comprender la situación y actuar para resolverla.**



## Representación institucional versus representación funcional

Las representaciones funcionales no se construyen a través de actividades que promueven un pensamiento predeterminado, no están construidas mecánicamente, son representaciones que surgen cuando los estudiantes se enfrentan con una tarea NO RUTINARIA, y sus actuaciones pueden servir como un puente para la comprensión y para la organización de acciones para la resolución de la tarea no rutinaria.

Las representaciones funcionales se desarrollan en una interacción social, y contienen también características individuales, que son susceptibles de sufrir transformaciones para llegar a las representaciones institucionales.

## El papel que deben de jugar la situación problema (SP), el problema y el ejercicio

- **La SP** como promotora de un pensamiento diversificado. En particular, la SP promueve las representaciones funcionales o *habitus*,
- El problema como promotor de un pensamiento diversificado-predeterminado. Este acercamiento permite una evolución de las representaciones funcionales o *habitus* hacia las representaciones institucionales,
- El ejercicio como promotor de un pensamiento predeterminado. Este acercamiento permite la consolidación del conocimiento.

# Competencia Matemática

Queda por definir competencia matemática. En nuestro contexto, adoptaremos la definición de Perrenoud (1999):

La competencia es una habilidad de respuesta eficaz cara a una familia de situaciones, que se llega a dominar porque se dispone a la vez de conocimientos y de la capacidad de movilizarlos de manera eficaz, y oportuna para identificar y resolver verdaderos problemas.



# Competencia Matemática

*La competencia ligada a la modelación matemática no es posible desarrollarla sin pasar por actividades que promuevan la construcción de representaciones funcionales.*

## Actividades y población

Las SP se seleccionaron para formar un bloque de actividades, encadenadas en el sentido de Glaeser (1999) (ver tesis de Borbón, 2003 y Páez, 2004).

La población fue integrada por profesores de enseñanza media superior o superior que realizaban un curso de maestría.

Los profesores tenían diferente formación, ya sea en alguna rama de ingeniería, física y matemáticas.

# Influencia de la literatura

Inspirados por un artículo de Sierpinska (1987), se diseñó un cuestionario para clasificar a los profesores antes del proceso de enseñanza.

Inspirados en varios artículos de investigación de diferentes autores, de una tesis de doctorado y un libro sobre el infinito paso a paso, diseñamos varias actividades (situaciones problema) en bloque.

La enseñanza se desarrolló en un ambiente de aprendizaje en colaboración siguiendo la metodología ACODESA.



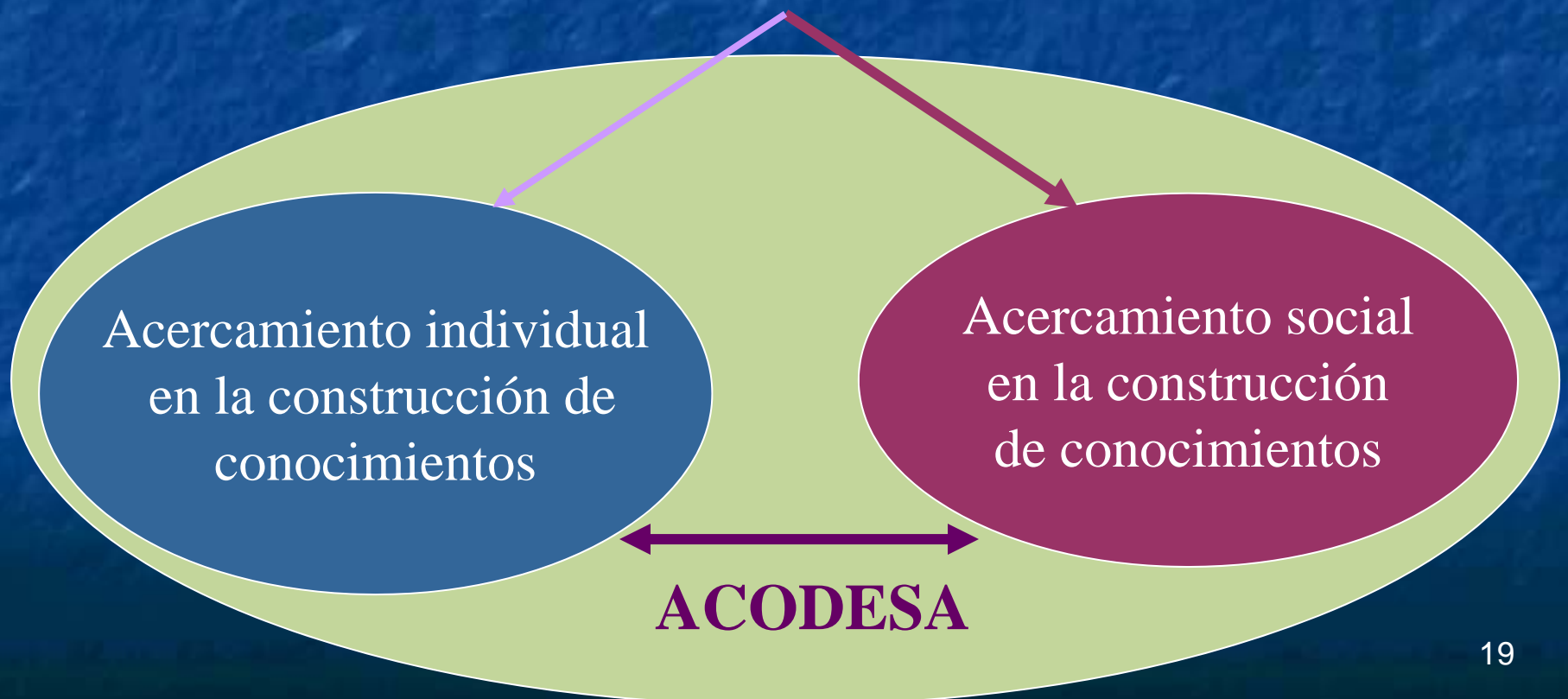
# Influencia de la literatura

Inspirados por los trabajos de Brousseau y Sierpinska sobre la noción de obstáculo epistemológico, se diseñaron las actividades.

Se intenta poner al estudiante frente a un obstáculo cognitivo, pero la actividad debe ser lo suficientemente rica para que por medio de su interacción pueda proporcionar al estudiante una retroalimentación para ayudarlo a superar el obstáculo.

# Nuestro acercamiento metodológico

## Investigación en didáctica de las matemáticas



# La metodología **ACODESA**

Proponemos una metodología que se encuentra en proceso de desarrollo (ver Hitt, 2007; González et al., 2008; Hitt & Morasse, 2009), que toma en cuenta ambos enfoques, el individual y el social en la construcción del conocimiento matemático.



## ACODESA en el aula de matemáticas (Aprendizaje en colaboración, Debate científico, y Auto reflexión)

La metodología ACODESA distingue 5 fases principales:

- Trabajo individual (comprender la tarea...),
- Trabajo en equipo sobre la misma tarea (procesos de discusión y validación),
- Debate (procesos de discusión y validación),
- Auto – reflexión (trabajo individual de reconstrucción en casa).
- Institucionalización del conocimiento

# No existen concepciones erróneas

En la metodología que seguimos, las concepciones son conocimiento. Posiblemente un conocimiento mal adaptado a nuevas situaciones.

Por tal motivo, en este marco teórico, las concepciones no se les debe catalogar como erróneas. Ellas están en proceso de evolución para llegar a constituirse en un saber.

En todo caso, se puede hablar de conocimientos incompletos que generan concepciones.

# La construcción de actividades

En este acercamiento, el diseño de actividades no es trivial. Es necesario un trabajo muy completo para poder desarrollar una actividad que sirva para apoyar al estudiante para sobrepasar un obstáculo cognitivo.

En el caso de la experimentación, ver las tesis de Borbón (2003) y Páez (2004) del Cinvestav.

Actualmente yo trabajo en el diseño de actividades con tecnología.



# Las representaciones

Siguiendo una teoría del aprendizaje basada en las representaciones, es importante señalar que en el aprendizaje de un concepto nuevo para el estudiante, todas las representaciones están al mismo nivel y no debe uno priorizar a alguna de ellas, sino promover la articulación entre representaciones.

Es importante recordar que toda representación en matemáticas, es parcial con respecto a lo que representa. Es por ello que tenemos la necesidad de utilizar diferentes representaciones del objeto matemático representado.

Bajo ese lente, las representaciones gráficas son muy importantes, y ellas no generan los procesos de visualización. Es el individuo cara a una tarea que puede desarrollar dicho proceso.

## Discusión

¿Qué tan estable es la construcción de conocimientos en los estudiantes bajo este acercamiento?

Los estudiantes (en este caso profesores), con la ayuda de materiales específicos, construyeron un puente entre diferentes representaciones en la resolución de las situaciones problema. Las representaciones funcionales jugaron un papel fundamental en ese sentido.

Se espera que con una metodología como ACODESA, el conocimiento sea más robusto y se pierda con menos frecuencia como lo señala por ejemplo Karsenty (2003).

## Discusión

Tal como se tenía previsto, la metodología ACODESA funcionó correctamente con el grupo de 24 estudiantes. Sin embargo, a causa del ruido y la dificultad del profesor para dirigir la clase con los 36 estudiantes, él tuvo necesidad de modificar parte de la metodología, y así lograr finalizar la experimentación, que desde nuestro punto de vista, también se obtuvieron resultados importantes. Cabe señalar que el profesor estaba trabajando con esta metodología, por primera vez.





**Voilà!**  
**¡Muchas gracias!**  
**Merci beaucoup!**