

MODELACIÓN MATEMÁTICA ESCOLAR. ALGUNAS REFLEXIONES FRENTE A SU RELACIÓN CON LA CULTURA

JhonyAlexánder Villa-Ochoa

Universidad de Antioquia, Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática-

RECOMEM

javo@une.net.co

RESUMEN

Una revisión a la literatura internacional da cuenta que en la implementación de modelación matemática en el aula de clase pueden observarse diversas perspectivas y tendencias. En cualquier caso, tal implementación implica intencionalidades de orden didáctico, conceptual, formativo, entre otros. Así, la modelación más allá de considerarse como una herramienta pedagógica, puede también atender a otras funciones propias de la cultura y la sociedad. Este trabajo presenta algunos aportes sobre modelación matemática desarrollados por miembros de la RECOMEM, en algunos de ellos se observa cómo los estudiantes al comprometerse con el estudio de los fenómenos, no solo interpretan y (re)construyen modelos matemáticos, sino que también (re)constituyen sus consideraciones frente al fenómeno mismo, convirtiéndose en un factor prominente hacia la transformación de algunos aspectos de la “cultura”.

Palabras clave: Modelación matemática, tendencias y aproximaciones, cultura

1. Algunas tendencias y aproximaciones a la modelación matemática en el aula de clase

En los últimos años ha habido un creciente interés en los trabajos relacionados con aplicaciones y modelación matemática en Educación Matemática; de esa forma ha llegado a consolidarse como un productivo campo de investigación al interior de esta disciplina científica. La diversidad de trabajos en este campo muestran que no existe una comprensión homogénea sobre los modelos y la modelación matemática, asimismo como sus implicaciones en el aula de clase (Kaiser y Sriramam, 2006). En su artículo, Kaiser y Sriraman (2006) presentan una clasificación de los trabajos atendiendo a criterios de tipo epistemológico y relativos a perspectivas al interior de la Educación Matemática.

Desde otras miradas, la modelación matemática puede concebirse de distintas maneras, entre ellas: como una estrategia de los seres humanos para la explicación y producción del conocimiento, y también para el aprendizaje (D' Ambrosio, 2009); como una herramienta didáctica (Biembengut y Hein, 2004), como una competencia y una herramienta para desarrollar competencias matemáticas (Zöttl, Ufer, y Reiss, 2011), como un herramienta para posicionarse de manera crítica frente a las demandas sociales

y democráticas (Skovsmose, 1999), entre otros. En varias de estas consideraciones la implementación de procesos de modelación matemática en las aulas de clase puede defenderse por las diversas implicaciones que tiene para el aprendizaje, la motivación y las actitudes hacia las matemáticas. De manera particular, Blum y Borromeo-Ferri (2009) señalan que a través de la modelación los estudiantes pueden comprender mejor los contextos en los cuales se desenvuelven; se apoya el aprendizaje de las matemáticas (motivación, la comprensión, entre otros) y se promueve el desarrollo de algunas competencias, actitudes y visiones adecuadas hacia las matemáticas.

Con respecto al énfasis que se puede otorgar a la identificación y delimitación de los contextos, tópicos, o fenómenos que se desean modelar, también se pueden reconocer, al menos, dos tendencias, las cuales dependen del papel activo que ejerza el profesor o los estudiantes en tal elección. El primero de ellos pone el papel protagónico en los estudiantes, quienes de acuerdo con sus necesidades e intereses identifican los contextos, fenómenos o situaciones sobre los cuales se realiza el proceso de modelación; una muestra de estos trabajos puede encontrarse en Aravena, Caamaño, y Giménez (2008), Borba, Meneghetti, y Hermini, (1997) o Borba y Villarreal (2005). En una segunda aproximación, el papel protagónico está en el profesor, quien de acuerdo con su conocimientos, los contenidos temáticos y su realidad institucional, elige tales contextos o fenómenos; sobre este énfasis pueden encontrarse trabajos que se enfocan en el estudio de un fenómeno amplio y complejo (Villa-Ochoa, 2007; Villa-Ochoa y Jaramillo, 2011; Biembengut y Hein, 2004). En este mismo sentido, se reconoce en la literatura otras aproximaciones, entre ellas los denominados problemas de relatos o problemas de palabras (*word problems*) algunos de los trabajos que cuestionan, y proponen nuevos desarrollos en esta aproximación se encuentran en Bonotto (2007, 2009); Verschaffel, Van Dooren, Greer, y Mukhopadhyay (2010), Gerofsky (2010), Murata y Kattubadi (2012).

Sea cual sea la aproximación que se adopte de la modelación matemática, lo cierto es que cada vez más se pone de relieve la necesidad de relacionar las matemáticas escolares con otros contextos, fenómenos o situaciones de la cotidianidad, la sociedad o la cultura; en parte, porque es por medio del estudio de estos contextos como se aportan elementos para alcanzar los diferentes fines que se le han atribuido a la Educación Matemática, en particular, aquellos que tienen que ver con la difusión de valores democráticos y de integración social, la realización y ejercicio de la crítica y el esfuerzo por la acción comunicativa son también elementos clave a tener en cuenta en la planificación y desarrollo de las matemáticas escolares (Rico, 1997). Con base en estas ideas, existen diferentes académicos interesados en aportar elementos frente a la relación de la modelación matemática con la cultura; en el siguiente apartado menciono algunos aspectos observados en los trabajos de investigación de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática-RECOMEM.

2. La modelación matemática y la Cultura. Algunas discusiones desde la RECOMEM

De manera general, puede considerarse que en cualquiera de las aproximaciones a la modelación matemática escolar mencionadas en el apartado anterior, su incorporación atiende a intencionalidades del orden didáctico, conceptual, formativo, entre otros. Ante la diversidad aproximaciones y énfasis, existe al interior de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática, un equipo de trabajo interesado en indagar por este proceso en relación con los contextos desde los cuales tiene su génesis y sus aportes a la comprensión y transformación de los contextos de los cuales pueden emerger. En ese sentido, en el seno de la RECOMEM hemos considerado al proceso de modelación matemática escolar como:

[...] el estudio de fenómenos o situaciones que pueden surgir tanto desde los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias o disciplinas académicas. Dicho proceso de estudio involucra el uso y/o la construcción de modelos y de otras herramientas matemáticas con las cuales puede ofrecerse una comprensión del fenómeno y/o resolver el problema.

Asumir la modelación como un proceso de estudio de un fenómeno o situación a través de la matemática, no solo delimita el campo de acción y demarca algunas discusiones de tipo filosófico (esencialmente aquellas relacionadas *transición* de mundo real, extra-matemático, naturaleza de las prácticas de producción, etc.), sino que, principalmente, asigna a tales fenómenos y situaciones un papel constitutivo en el actividad modeladora. Es así como discutimos que la modelación, más allá de convertirse en un pre-texto para enseñar y/o aprender matemáticas, puede atender principalmente a otras funciones que se revierten en la cultura y no únicamente hacia en los desarrollos matemáticos; de *esta manera vemos la modelación matemática como una actividad desde y para la cultura*¹.

Algunos vínculos de la modelación matemática con la sociedad y la cultura han sido reconocidos desde la literatura. De manera particular, Christiansen (1999) retomando los trabajos de Niss (1990) resalta la importancia de que los individuos sean capaces de reflexionar críticamente sobre modelos y sus aplicaciones, ya que las matemáticas juegan un papel importante en la formación de los límites a nuestras actividades; así mismo, resalta el hecho que las matemáticas trabajan en el subsuelo de la cultura y la sociedad.

En coherencia con los elementos anteriormente presentados, se han desarrollado en el seno de la RECOMEM algunas experiencias que se focalizan en el papel de los contextos propios de la cultura y la sociedad en la modelación matemática. En este

¹ Entiendo que existen diversas acepciones sobre el término cultura. Para efectos de este documento se observará como un sistema “complejo” de conocimientos, experiencias, prácticas, creencias, mitos, etc., que se han consolidado acuerdos, convenciones y/o costumbres en las comunidades. Para una mirada más profunda sugiero dar una lectura a los trabajos de D’Ambrosio (2005, 2009).

documento retomo de manera sucinta tres de los últimos trabajos que aportan en este enfoque, a saber: Londoño y Muñoz (2011), Berrío (2012) y Bustamante (2012). En estos tres trabajos se desarrollan estudios de casos con el fin de indagar por la manera en que los estudiantes (re)construyen modelos, amplían sus horizontes conceptuales frente algunos tópicos de las matemáticas, pero más allá de ellos, profundizan en el (re)conocimiento de algunas características los contextos involucrados y en algunos casos, logran transformarlos.

2.1 Modelación matemática y el sistema masivo de transporte Metro de Medellín.

Este trabajo se reporta en Londoño y Muñoz (2011) y corresponde a una indagación en la cual las investigadoras actuaron como profesoras de un grupo de estudiantes de último grado de Educación Media (15-17 años) quienes, de acuerdo a sus intereses, conformaron un semillero de investigación e indagaron por algunos aspectos matemáticos que se involucraban en el sistema de transporte masivo “Metro de Medellín”.

El grupo de estudiantes se comprometió en la determinación de los elementos que pudieran ofrecer una aproximación a la pregunta *¿Por qué el sistema de Transporte Metro de Medellín es conveniente o no para ti como un individuo que forma parte activa de la ciudad de Medellín?* A través de diferentes fuentes de información y la triangulación entre ellas, las investigadoras consiguieron observar cómo un contexto realístico se convierte en generador de dinámicas grupales de discusión y reflexión a la luz de los significados y experiencias sociales propias de los participantes y el proceso de modelación.

El contexto del Metro de Medellín se convirtió en escenario para que nociones asociadas a la variación (i.e. variables, funciones y ecuaciones lineales) emergieran con nuevos significados; pero quizás, uno de los elementos más importantes fue dicho proceso de modelación enmarcado en un escenario social y cultural, el cual posibilitó que en los estudiantes surgieran ciertas comprensiones de orden político y crítico sobre el fenómeno.

Por la edad de los estudiantes, el sistema de transporte masivo en mención había sido un medio existente durante “toda su vida”; en ese sentido, parecía haberse convertido en un elemento cotidiano que los estudiantes conocían de manera superficial. El proceso de modelación como tal, les permitió conocer ciertos antecedentes en su construcción, financiación, dificultades, tiempos, etc., con lo cual profundizaron en sus sistemas de conocimientos sobre ese medio de transporte. Fue así como los estudiantes fueron transformando las ideas que habían construido, desde su experiencia, sobre aquellos aspectos que reconocen del contexto. Así mismo, en el proceso de apropiación del contexto se crea en los estudiantes diferentes intereses y cuestionamientos generados

por ellos mismos, que les exige buscar en el campo de las matemáticas aquello que les ayude a legitimar sus ideas, soluciones o hipótesis.

En sus conclusiones, Londoño y Muñoz resaltan que el contexto del Metro funciona dentro del proceso de modelación matemática como un argumento de motivación, de empoderamiento y de significación para el grupo de estudiantes, pero más allá de ello, también proporciona una riqueza en cuanto a su contenido cultural y social, generando mayor interés al vincular sus experiencias de uso con diferentes interrogantes y necesidades a resolver.

Los contextos de modelación permitieron conocer el contexto más a fondo y con mayor complejidad. En coherencia con esta idea, el modo de relación de los sujetos con una “realidad” no estática, tiene que ver con un proceso de construcción humana que se materializa en actividades concretas de aula, en las cuales se reflexiona intencionalmente sobre lo problemático de una realidad particular. Asimismo, se resalta que las situaciones en “contexto real”, bajo una perspectiva de modelación matemática en el aula, requieren que estén al alcance de la visión del mundo construida hasta ese momento de los estudiantes. Es decir, que haga parte de su forma de vida, para que de este modo les permita comprenderla, transformarla y ampliarla.

2.2 Hacia la construcción de modelos matemáticos pre-algebraicos

Preguntarse por la manera en que los estudiantes de grado sexto (11-13 años) se aproximan a la construcción de modelos algebraicos en los cuales intervienen relaciones aditivas y multiplicativas, fue el motor para que Bustamante (2012) desarrollara su estudio; para ello, este investigador reconoció en los fenómenos de variación un espacio propicio para que las “letras” (símbolos algebraicos) emergieran como variables y las expresiones producidas pudieran tener un significado funcional.

Para el autor, su estudio surge como una manera de atender a algunas de las dificultades que se observan la producción significativa de los “símbolos algebraicos” inmersos en algunas ecuaciones lineales; por tal razón, en un primer momento el investigador se involucró en el reconocimiento de los contextos, en los cuales las operaciones entre cantidades de magnitud podrían percibirse. En esta parte del estudio, los hallazgos mostraron que los estudiantes hacen un excesivo uso de *problemas de palabras estereotipados* (realidades inventadas, caducadas, falseadas, etc., Alsina, 2007) como una manera de ejemplificar los usos cotidianos de las operaciones.

Con base en estos resultados el autor se compromete con sus estudiantes en la identificación de cantidades de magnitud propias de la cultura del estudiante (problemas de consumo, almacenes, transportes, etc.) y a través del estudio del comportamiento de tales cantidades, los estudiantes consiguieron identificar variables e invariantes con los cuales hicieron “proposiciones generales” incursionando en un razonamiento algebraico

(Blanton y Kaput, 2011). Durante este proceso de razonamiento, Bustamante muestra que los estudiantes fueron construyendo representaciones icónicas, verbales, diagramas, como una manera de representar las relaciones entre cantidades. Además, con las discusiones entre los estudiantes y de éstos con el profesor, nuevas representaciones matemáticas más refinadas se fueron produciendo. Uno de los aportes más significativos del trabajo de este investigador radica en la manera *no lineal* en que las expresiones algebraicas (lineales) fueron surgiendo como una manera de representar algunos aspectos de sus contextos. Al observar cada una de las producciones de los estudiantes y la manera en que las representaciones se van refinando, el autor observa la modelación como un proceso de transición, no rígida ni lineal, desde unos *modelos matemáticos iniciales* hacia modelos matemáticos algebraicos los cuales son, convencionalmente, más aceptados. Para el autor, tanto los modelos matemáticos iniciales como los algebraicos podrían dar cuenta de algunas de las necesidades que prorrumpían de la situación; pero, que en la medida en que se profundizaba en la comprensión del fenómeno de variación, los modelos algebraicos iban adquiriendo mayor significado.

2.3 Modelos y modelación en el contexto del cultivo de café

El estudio de Berrío (2012) se desarrolló con un conjunto de estudiantes de una institución educativa rural. Los estudiantes motivados encontrar las matemáticas más allá de sus aulas de clase se comprometieron, con la ayuda del profesor, a observar algunas relaciones matemáticas que intervienen en el cultivo de café.

En un primer momento, los estudiantes se involucraron en la discusión sobre la influencia que podría tener la inclinación de un terreno (montañoso) en la cantidad de árboles que se pueden sembrar. Las discusiones de los estudiantes dieron cuenta de que existía en ellos ciertas apreciaciones sobre las áreas en las cuales se consideraba que a “mayor área corresponde mayor cantidad de árboles” (independiente de la inclinación). El trabajo de experimentación, consulta bibliográfica, discusión con otros estudiantes y confrontación con el profesor y personal técnico expertos en temas agrícolas, los estudiantes consiguieron desarrollar otras ideas frente la cantidad de árboles en un terreno, en dependencia del su área y su pendiente. Algunas ideas de la geometría euclidiana fueron “movilizadas” y otras características de las proyecciones ortogonales emergieron en el estudio.

En un segundo momento en el estudio de este investigador, los estudiantes (re)construyeron algunos de los modelos usados para las siembras de café en los terrenos montañosos. De otro modo, usaron apoyo de un software dinámico para estudiar las características de los métodos de siembra del café, y a través de áreas sombreadas de formas circulares, establecieron algunas conjeturas y propuestas para optimizar la siembra.

En su estudio, Berrío (2012) observa cómo los estudiantes al comprometerse con el estudio de los fenómenos, no solo interpretan y (re)construyen modelos matemáticos, sino que también (re)constituyen sus consideraciones frente al fenómeno mismo, convirtiéndose en un factor prominente hacia la “transformación” de algunos aspectos de la “micro-cultura”. En palabras de D’Ambrosio (2005), la cultura está relación con los sistemas de explicaciones, las filosofías, las teorías y las acciones cotidianas y de conducta que crea las comunidades frente a las situaciones contextuales. De esta manera esas explicaciones que las comunidades dan a su contexto, se transfiere a través del tiempo. En este caso, se observó que la idea de que un terreno inclinado por tener mayor área tendría mayor capacidad de árboles, había sido transferida a los estudiantes por efectos de las creencias de los miembros de la comunidad.

Para Berrío, el lenguaje, las explicaciones y las creencias bajo las cuales se fundamenta la cultura de determinados comunidades pueden variar; de esta manera, en la investigación el autor evidenció dos situaciones. La primera se refiere a la “creencia inicial” sobre la medición de la tierra bajo criterios de la aparente mayor cantidad de tierra y, la segunda, a la divergencia que existe entre el lenguaje y sistemas de conocimiento que utiliza las organizaciones especializadas técnicamente en campo (para el caso, la Federación Colombiana de Caficultores) para referirse a la inclinación y el utilizado en la geometría proyectiva.

En su trabajo, Berrío retoma los planteamientos de Villa-Ochoa y Jaramillo (2011) para observar la “realidad” (en su dimensión objetiva y subjetiva) como una componente cercana a los contextos socioculturales de los estudiantes. Desde esta mirada, el estudio del contexto del cultivo de café permitió que los estudiantes exploraran, percibieran y eligieran la situación a modelar, de tal manera que sus experiencias, su “realidad”, se convirtiera en objeto de estudio a través de las matemáticas. Aunque este investigador no discute la noción de realidad desde sus fundamentos filosóficos ni epistemológicos, si usa esta noción de manera general para asegurar que mediante la modelación matemática los estudiantes ampliaron su sistema de conocimientos sobre el contexto, establecieron con mayor profundidad algunas características de los aspectos que influenciaba en él, reformularon algunas miradas sobre el fenómeno, en otras palabras transformaron su “realidad”

3. Consideraciones finales

En la primera parte de este documento describí, de manera suscita, algunas maneras sobre cómo la modelación puede implementarse en el aula de clase, y que tales maneras traen consigo una serie de propósitos para los cuales la literatura muestra la modelación matemática como una vía para tender a tales “ideales”. Posteriormente señalé que uno de los fines de la formación en matemáticas está en relación con las funciones sociales de las matemáticas y, en ese sentido, señalé que algunos miembros de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática se han dado a la tarea de indagar

por algunos de los elementos que a través de la modelación matemática, se pueden aportar a tales fines sociales.

Asumir la *cultura* como un elemento vertebral en los trabajos de modelación matemática escolar ha implicado por parte del equipo, discutir sobre los elementos que la caracterizan. En ese sentido, hemos encontrado en los trabajos de D'Ambrosio (2005, 2009) algunos elementos que permiten ampliar nuestra idea sobre la *cultura*.

En sus trabajos D'Ambrosio (2009) vincula la cultura con sus sistema de conocimientos. Para este investigador, el conocimiento individual es discutido y analizado desde su compatibilidad, hasta llegar a un conocimiento socialmente compartido. En ese sentido, D'Ambrosio considera que la cultura de un grupo está definida por las interrelaciones entre un conocimiento compartido, un comportamiento compatible, y el sistema acordado de valores. El conocimiento compartido por el grupo se organiza socialmente, convirtiéndose así en un cuerpo de conocimientos, que es una respuesta a las necesidades y la voluntad de los individuos del mismo.

El camino investigativo de algunos de los miembros de la RECOMEM está orientado por nuevos retos en la relación matemáticas y cultura a través de la modelación. Muchas nuevas preguntas emergen en términos de las organizaciones curriculares, naturaleza de los objetos y situaciones, características de los contextos, y propósitos de la modelación que deben tenerse en cuenta para atender a estas necesidades.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas. cuantas tuvo Enrique IV? *Revista Iberoamericana de Educación* (43), 85-101.
- Aravena, M., Caamaño, C., & Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Relime* , 11 (1), 49-92.
- Berrío, M. (2012). *Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo de café*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
- Biembengut, M., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática* , 16 (2), 105-125.
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2011). Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades. In J. Cai, & E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization. A Global Dialogue from Multiple Perspectives* (pp. 5-23). New York: Springer.
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application* , 1 (1), 45-58.

- Bonotto, C. (2007). How to replace word problem with activities of realistic mathematical modelling. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and application in Mathematics Educations. The 14th ICMI Study* (pp. 185-192). New York: Springer.
- Bonotto, C. (2009). Working towards teaching realistic mathematical modelling and problem posing in Italian classrooms. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren, & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 297–314). Rotterdam: Sense Publishers.
- Borba, M., & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of mathematical thinking*. New York: Springer.
- Borba, M., Meneghetti, R., & Hermini, H. (1997). Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinariedade na sala de aula de um curso de ciências biológicas. *Educação Matemática da SBEM-SP*, 17 (3), 63-70.
- Bustamante, C. (2012). *Hacia la construcción de modelos algebraicos multiplicativos en el grado sexto*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
- Christiansen, I. (1999). Reflexiones críticas sobre modelos matemáticos en la clase: ¿sueño o realidad? *Revista EMA*, 5 (1), 29-50.
- D' Ambrosio, U. (2009). Mathematical Modeling: Cognitive, Pedagogical, Historical And Political Dimensions. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (1), 89-98.
- D' Ambrosio, U. (2005). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa*, 31 (1), 99-120.
- Gerofsky, S. (2010). The impossibility of 'real-life' word problems (according to Bakhtin, Lacan, Zizek and Baudrillard). *Discourse: Studies in the Cultural Politics of Education*, 31 (1), 61-73.
- Greer, B., Verschaffel, L., Van Dooren, W., & Mukhopadhyay, S. (2009). Introduction. Making Sense of Word Problems: Past, Present, and Future. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren, & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and Worlds. Modelling Verbal Descriptions of Situations* (pp. xi-xxviii). Rotterdam: Sense Publishers.
- Kaiser, G., & Sriramam, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38 (3), 302-310.
- Kookhass, M. (Diciembre de 2003). *Facultad de Agronomía. Universidad de la Republica*. Recuperado el 12 de Agosto de 2011, de <http://uneamfagro.org/>: http://www.fagro.edu.uy/~topografia/docs/Capitulo_2.pdf
- Londoño, S., y Muñoz, L (2001). *La modelación matemática: Un proceso para la construcción de relaciones lineales entre dos variables*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad de Antioquia, Medellín.

- Murata, A., & Kattubadi, S. (2012). Grade 3 students' mathematization through modeling: situation models and solutions models with multi-digit subtraction problem solving. *The Journal of Mathematical Behavior* , 31 (1), 15-28.
- Rico, L. (1997). Reflexión sobre los fines de la Educación Matemática. *Suma* (24), 5-19.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. (P. Valero, Trad.) Bogotá: Una Empresa Docente.
- Verschaffel, L., Van Dooren, W., Greer, B., & Mukhopadhyay, S. (2010). Reconceptualising word problems as exercises in mathematical modelling. *Journal für Mathematik-Didaktik* , 31 (1), 9-29.
- Villa-Ochoa, J. A., & Jaramillo, C. M. (2011). Sense of Reality through mathematical modeling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling – ICTMA14* (pp. 701-711). New York: Springer.
- Villa-Ochoa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, (19) pp.51-81.
- Zöttl, L., Ufer, S., & Reiss, K. (2011). Assessing Modelling Competencies Using a Multidimensional IRT-Approach. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling-ICTMA 14* (pp. 427-437). New York: Springer.